Materiellplanlegging for NSB

med en operasjonsanalytisk vinkling

Rapporten er utarbeidet ved

Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse, NTNU

SIS1101 Fordypningsemne

Trondheim, 11. desember 2001

Forord

Fordypningsemnet i 5. årskurs, SIS1101, består av en emnemodul på 2,5 vekttall og et prosjektarbeid på 5 vekttall. Denne rapporten utgjør det skriftlige prosjektarbeidet, som kan videreføres gjennom en diplomoppgave. Undertegnede er begge studenter ved Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse ved NTNU.

Arbeidet i prosjektet er tilknyttet NSB BA's planlavdeling NSB Drift og Teknikk. Rapporten er i stor grad en litteraturstudie av operasjonsanalytiske tilnærminger til materiellplanlegging av massetransport. Vi vurderer hvordan ulike modeller støtter planavdelingen i sitt arbeid med å legge planer og utføre konsekvensanalyser. Vurderingene er basert på blant annet rammebetingelsene materiellplanleggerne i Drift og Teknikk må forholde seg til.

Rapporten er tiltenkt et publikum som kjenner til operasjonsanalyse som fagfelt, og grunnleggende kunnskaper forutsettes kjent hos mottakeren. Det er likevel lagt vekt på å presentere arbeidet på en slik måte at det gir mening for personer som ikke direkte kjenner til fagfeltet.

Avslutningsvis vil vi rette en stor takk til vår veileder Asgeir Tomasgard ved Sintef og vår kontaktperson i NSB Drift og Teknikk, Hans Petter Krane, for gode råd og innspill underveis. I tillegg vil vi takke NSB Drift og Teknikk som samarbeidsbedrift i faget.

Trondheim, NTNU, 11. desember 2001.

Kenneth Aschehoug   Marte Fodstad

Sammendrag

NSB Drift og Teknikks planavdeling har blant annet ansvaret for planlegging av togmateriell for nærtrafikken rundt Oslo. Slik planlegging går i korte trekk ut på å bestemme hvilke materiellindivider som skal dekke hvilke turer i ruteplanen. Planleggingen er svært kompleks, noe som blant annet skyldes at mange rammebetingelser må oppfylles, samt at planleggerne må forholde seg til både dimensjonene tid og sted. I dag utføres denne materiellplanleggingen i stor grad manuelt.

Planavdelingen har et behov for å utføre konsekvensanalyser. Ved slike analyser vil en kunne kvantifisere materiellbehov og økonomiske effekter ved endringer i ruteplaner, kjøremønstre eller andre faktorer, og dermed danne et faktagrunnlag for å treffe beslutninger. Med dagens planleggingspraksis er det vanskelig å kvantifisere slike effekter, og det er derfor ønskelig å kunne ta i bruk dataverktøy som bidrar med beslutningsstøtte.

I denne sammenhengen utfører vi en litteraturstudie av eksisterende operasjonsanalytiske tilnærminger til materiellplanlegging av massetransport. De ulike modellene og løsningsmetodene som presenteres ser verden på ulike måter og tar hensyn til ulike faktorer.

Vi peker på hvor godt modellene oppfyller Drift og Teknikk sine rammebetingelser og behov, og hvordan modellene til en viss grad kan tilpasses. Siden de ulike modellene har forskjellige egenskaper, konkluderer vi med at ulike modeller egner seg best ved forskjellige former for konsekvensanalyse.

For å kunne ta en endelig beslutning på hvilke modeller og løsningsmetoder som bør tas i bruk av Drift og Teknikk, må de ulike modellene først testes. Dette er nødvendig for å avdekke datasettenes struktur for nærtrafikken.

Med bakgrunn i de ulike egenskapene til modellene er det ønskelig å inkludere flere av disse i et fremtidig beslutningsstøttesystem dersom testingen viser at modellene egner seg. Videre bør optimeringsmodulene skreddersys til planavdelingens behov og integreres i et helhetlig system som er kompatibelt med eksisterende systemer.

Innholdsfortegnelse

Figurliste

Tabelliste

1 Innledning

Dette kapitlet inneholder en oversikt over oppgavebeskrivelsen og strukturen på rapporten.

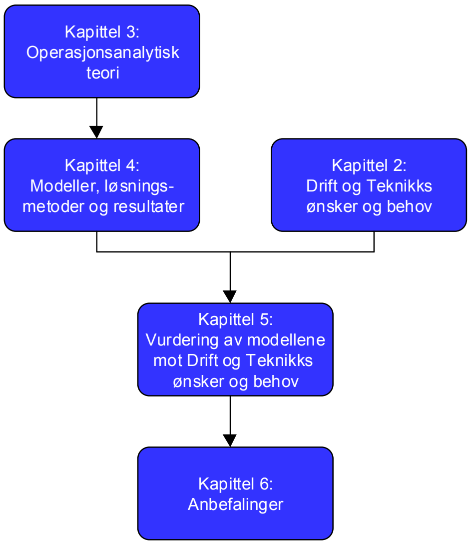
1.1 Beskrivelse av oppgaven

Materiellplanleggingen i NSB Drift og Teknikk utføres i dag manuelt. Dette fører til at man ikke vet hvor godt materiellet utnyttes. Videre er det vankelig å kvantifisere effektene ved endringer i ruteplanen eller andre rammebetingelser. Eksempelvis ønsker man svar på spørsmål av typen: "Hvis man reduserer trafikken på en gitt strekning med et antall togavganger, hva kan man da hente ut i redusert materiellbehov?" Drift og Teknikk påpeker at hvis de kunne utføre konsekvensanalyser, og dermed kvantifisere effekter, ville de kunne treffe beslutninger på et bedre faktagrunnlag. En måte å tilnærme seg et slikt faktagrunnlag er å ta i bruk dataverktøy som bidrar til beslutningsstøtte.

I samarbeid med kontaktpersonen i Drift og Teknikk og veileder, ble det bestemt at oppgaven skulle begrense seg til materiellplanlegging for nærtrafikken rundt Oslo. Videre skulle det gjennomføres en studie av den eksisterende operasjonsanalytiske litteraturen på området. Ved å kartlegge hvordan materiellplanleggerne arbeider og hvilke rammebetingelser de forholder seg til, vil det kunne vurderes hvilke modeller som kan være aktuelle for planavdelingen å ta i bruk.

1.2 Oppbygningen av rapporten

Vi starter med å beskrive NSB Drift og Teknikk og organisasjonens planprosess i kapittel 2. Her rettes det et fokus mot hvordan dagens materiellplanlegging foregår. For å gi personer uten operasjonsanalytisk bakgrunn et grunnlag for å forstå senere deler av rapporten, beskrives i kapittel 3 relevant teori innen fagfeltet. I kapittel 4 presenteres litteraturens ulike problemstillinger med tilhørende modeller, løsningsmetoder og resultater innen planlegging av materiell. Disse vurderes i kapittel 5 opp mot Drift og Teknikks rammebetingelser, ønsker og behov. Her utvides modellene for å tilpasses rammebetingelsene som finnes for nærtrafikken rundt Oslo, før vi oppsummerer vurderingsarbeidet. I kapittel 6 skisseres hvordan de ulike modellene kan brukes av Drift og Teknikk i sitt arbeid med å legge planer og analysere konsekvensene av ulike tiltak. Avslutningsvis gis det anbefalinger for den videre prosessen med å utvikle et beslutningsstøttesystem.



Figur 1-1: Oversikt over rapportstruktur

2 NSB Drift og Teknikk

I dette kapitlet starter vi å med å sette Drift og Teknikk inn i et større perspektiv, hvor vi kort redegjør for jernbanens organisering i Norge. Deretter beskrives Drift og Teknikks planprosess på et overordnet nivå, og hvordan de håndterer problemene knyttet til planleggingen av den komplekse virkeligheten de må forholde seg til. I denne sammenhengen peker vi på hvorfor det finnes et gap mellom den ideelle planprosessen og planprosessen som følges i praksis, samt hvordan dette gapet kan gjøres mindre.

Videre retter vi et fokus mot nærtrafikk og materiellplanlegging. Viktige aspekter her er hvilke rammebetingelser planleggerne må forholde seg til, samt hvilken datastøtte de har i arbeidet med å utarbeide planer. Til slutt beskrives Drift og Teknikk sine ønsker til beslutningsstøtte for materiellplanleggingen.

Delkapitlene angående nærtrafikk, materiellplanlegging og ønsker baserer seg hovedsaklig på sju intervjuer vi har gjort ved Drift og Teknikks planavdeling i Oslo.

Bakgrunnen for at vi velger å behandle disse temaene i denne rapporten, er å gi leseren en forståelse for hvorfor det planlegges slik det gjøres, samt gi et utgangspunkt for å plassere vår problemstilling i et større perspektiv.

2.1 Jernbanens organisering

Jernbanehistorien i Norge startet med åpningen av Hovedbanen i 1854. I 1996 vedtok Stortinget en omorganisering som blant annet innebar en inndeling i Statens jernbanetilsyn, Jernbaneverket og NSB BA [www.nsb.no].

2.1.1 Statens jernbanetilsyn

Statens jernbanetilsyn ivaretar offentlige interesser innen skinnegående transport, med særskilt vekt på sikkerhetshensyn. Med bakgrunn i jernbaneloven ser Jernbanetilsynet til at alle aktører innen skinnegående transport, deriblant NSB, følger loven og dens forskrifter [www.jernbanetilsynet.no].

2.1.2 Jernbaneverket

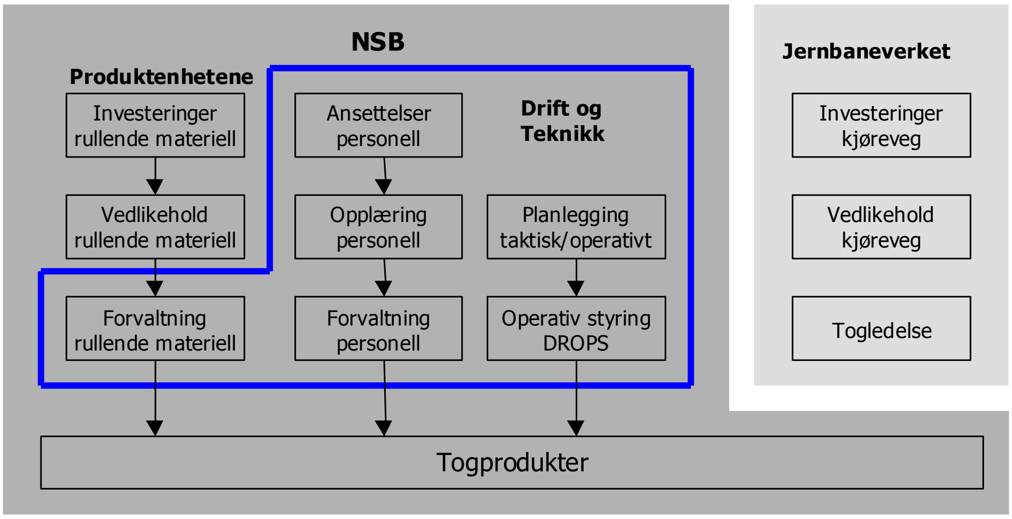
Jernbaneverket planlegger, videreutvikler og driver infrastrukturen for jernbanedrift i Norge i tråd med samfunnets og trafikkutøvernes behov. Videre driver Jernbaneverket trafikkstyring gjennom operative togledere og tildeler ruteleier til trafikkutøverne, der NSB er den dominerende aktøren [Jernbaneverket, 1999].

2.1.3 NSB BA

NSB ble fristilt fra statsforvaltningen ved dannelsen av særlovsselskapet NSB BA i 1996, men eies fortsatt av staten ved Samferdselsdepartementet. NSB består av fire heleide datterselskaper og sju enheter, produktenhetene Kortdistanse, Mellomdistanse, Langdistanse, Persontrafikk Nord og Gods, samt støtteenhetene Eiendom og Drift og Teknikk [www.nsb.no]. Virksomhetsområdet for NSB er kommersielt sett hovedsaklig person- og godstransport på jernbane [Stølan, Sæbø, Sætermo, Tomasgard, 2000].

<u>NSB Drift og Teknikk</u>

NSB Drift og Teknikk ble etablert i 1999 med den hensikt å samle operativt ansvar, og står for taktisk/operativ planlegging, operativ styring, forvaltning av rullende materiell og lokomotivføreransvar innenfor persontrafikk. Planleggingen innebærer å lage produksjonsplaner som består av ruteplan, personellplan for lokomotivførere, materiellturneringsplan og vedlikeholdsplan. Dette arbeidet utføres av Planavdelingen. I tillegg har man Driftsoperativt senter (DROPS) som står for implementering og styring av togproduksjonen [Stølan et al. 2000]. Figur 2-1 viser Drift og Teknikk i forhold til andre enheter innen norsk jernbane.



Figur 2-1: NSB Drift og Teknikk sine omgivelser og ansvarsområder [Stølan et al., 2000]

2.2 Planprosessen på et overordnet nivå

Drift og Teknikk har mange forhold å ta i betraktning når det skal utarbeides planer. Noen viktige rammebetingelser er det fysiske jernbanenettet, ulike typer materiell med forskjellige krav til vedlikehold, samt et komplekst lovverk. Alle disse faktorene medvirker til at helhetsbildet blir *svært komplekst* [Humphreys og Watson, 1999].

For å håndtere denne kompleksiteten, dekomponerer Drift og Teknikk planprosessen langs en tidsakse og en aktivitets- eller funksjonsakse. Dette gjøres for å få et passende abstraksjonsnivå for de ulike planene og for å kunne håndtere dem rent administrativt [Sætermo, Tomasgard, 2000]. Slik dekomponering er en vanlig måte å håndtere komplekse planleggingsproblemer på.

2.2.1 Dekomponering langs en tidsakse

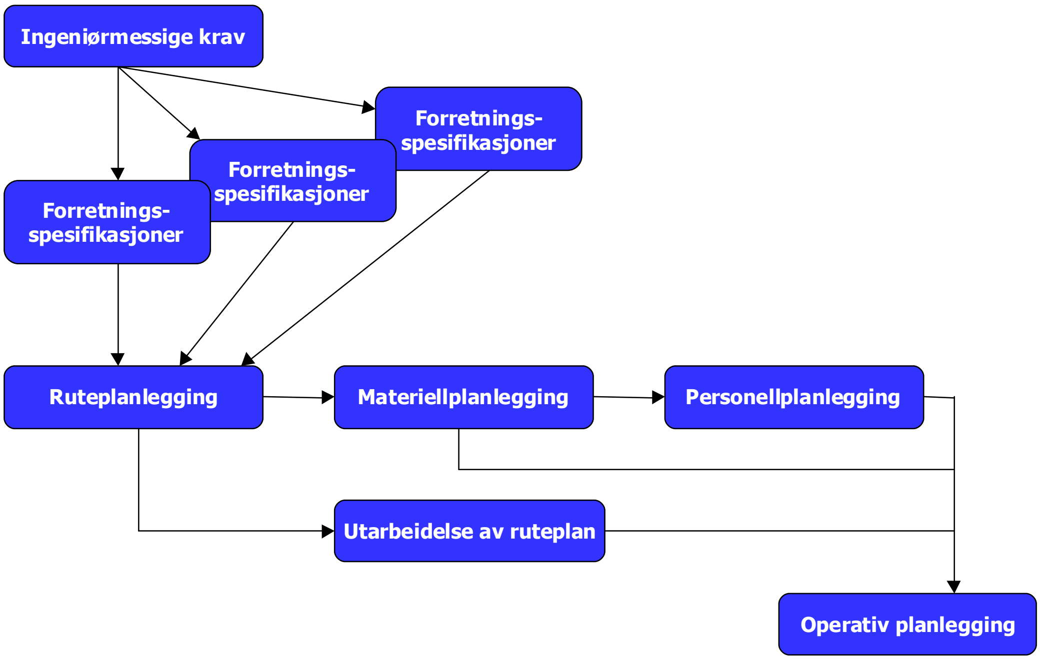
Når man skal dekomponere over tid er det vanlig å skille mellom planlegging på strategisk, taktisk og operativt nivå. Drift og Teknikk har ikke et uttalt strategisk plannivå i dag. Dette henger sammen med at enheten utøver en støttefunksjon for andre deler av NSB, og må dermed i stor grad tilpasse seg andres beslutninger. Tabell 2-1 viser hvordan Drift og Teknikk dekomponerer planprosessen sin langs en tidsakse. Som det fremgår av tabellen skilles det mellom planlegging på mellomlang og kort sikt. Ved en slik dekomponering tar hvert planleggingsnivå hensyn til planleggingen som er gjort i en tidligere fase, og på denne måten blir planene mer og mer detaljerte [Sætermo et al., 2000].

Tabell 2-1: Dekomponering av planprosessen langs en tidsakse

Taktisk planlegging	
Horisont	Mellomlang sikt – ca 1 år og nedover
Målsetning	Utnytte ressurser best mulig
Konkrete oppgaver	▪ Ruteplanlegging ▪ Vedlikeholdsplanlegging ▪ Materielldisponering (på turneringsnivå) ▪ Personelldisponering (på turneringsnivå)
Operativ planlegging	
Horisont	Kort sikt – ca 1 måned og nedover
Målsetning	Tildele ressurser til de taktiske planene
Konkrete oppgaver	▪ Detaljere de taktiske planene til operativt nivå ▪ Håndtere endringer ▪ Rutiner for avvikshåndtering

2.2.2 Dekomponering langs en funksjonsakse

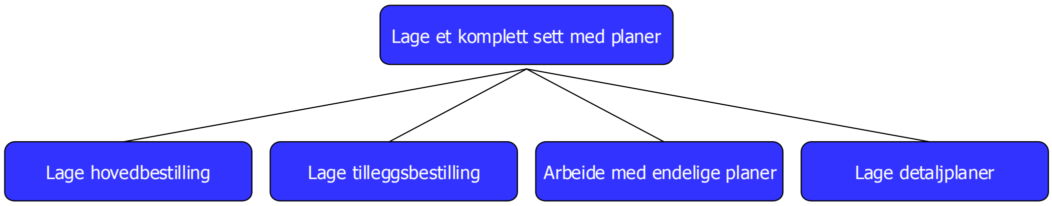
For å illustrere hvordan Drift og Teknikk dekomponerer i funksjoner eller aktiviteter, velger vi å ta utgangspunkt i et arbeid av Humphreys og Watson (1999). Ut i fra studier ved den britiske og norske jernbaneindustrien har de laget et *overordnet* prosesskart over planleggingspraksisen i disse landene. Forfatterne fokuserer på planlegging på mellomlang sikt (taktisk nivå). Videre klarlegger de hvorfor det finnes et gap mellom den ideelle planprosessen og planprosessen som følges i praksis. Til slutt foreslås det hva som kan gjøres for å minske dette gapet.



Figur 2-2: Planprosessen i Norge og Storbritannia [Watson og Humphreys, 1999]

Figur 2-2 viser at Drift og Teknikk dekomponerer planprosessen i ruteplanlegging, materiellplanlegging (inkludert vedlikehold) og personellplanlegging, og at ingeniørmessige krav og forretningsspesifikasjoner legger føringer for hvordan det planlegges. Med ingeniørmessige krav og forretningsspesifikasjoner menes rammebetingelser som infrastruktur, materiell- og personelltilgjengelighet, avtaler, regler og markedsbehov. Videre er prosessen sekvensiell, med unntak av noen parallelle aktiviteter. Forfatterne påpeker at virkeligheten er noe annerledes, da det foregår iterasjon mellom enkelte av aktivitetene for å håndtere problemer og unngå ineffektivitet.

Hovedaktivitetene i planprosessen er dermed utarbeidelse av ruteplan, materiellturneringsplan, personellplan og planer for vedlikehold. Arbeidet med å lage et komplett sett med planer kan deles inn i fire faser som følger etter hverandre i tid [Figur 2-3]. Planene blir dermed mer og mer detaljerte for hver fase.



Figur 2-3: De fire fasene med å lage et komplett sett med planer [Stølan et al., 2000]

Arbeid i Storbritannia viser at planleggerne ofte bare har tid til å produsere én gjennomførbar plan, uten å vite om denne verken er ressurseffektiv eller optimal. Som vi skal komme tilbake til, er også dette tilfelle i Norge.

Den ideelle planprosessen

Teoretisk sett ville den beste planen fremkomme ved å optimere over alle aktivitetene samlet. Dette kunne vært gjort ved å la alle rammebetingelsene bli satt opp mot markedsrelaterte krav, og en optimal løsning ville bli funnet. Kompleksitet og mangel på utvikling av kraftige beslutningsstøtteverktøy er årsaken til at denne fremgangsmåten ikke lar seg gjennomføre i praksis. Videre understrekes det at få jernbaneselskaper bruker optimeringsmodeller selv i de individuelle stegene i prosessen [Humphreys og Watson, 1999].

Hvordan gjøre gapet mindre

Når man har innsett at den ideelle filosofien ikke er forenlig med en praktisk gjennomføring, stiller man seg spørsmål om hva man kan gjøre for å få den praktiske løsningen så nær den optimale som mulig. Humphreys og Watson (1999) mener at det beste ville være å ta utgangspunkt i dagens iterative prosess, optimere hvert individuelle steg ved bruk av optimeringsverktøy, og bruke ytterligere iterasjon for å forbedre løsningene og unngå suboptimalisering.

2.2.3 Terminskifte og grunnruteendring

En termin varer fra juni ett år til juni neste år. Hvert år planlegges det frem mot dette terminskiftet, samt frem mot en justering i januar. Det tas alltid utgangspunkt i ruteplanen fra foregående år, og derfor blir planleggingen frem mot terminskiftet i juni også i stor grad en justering. Først ved større endringer i infrastruktur eller andre rammebetingelser lages det såkalte grunnruteendringer. Dette krever mer omfattende planlegging hvor man i liten grad tar utgangspunkt i tidligere planer. Grunnruteendringer har i de seneste årene forekommet omtrent hvert 4. eller 5. år [Stølan et al., 2000].

2.2.4 Plassering av vårt arbeid i planprosessen

Sintef [Stølan et al., 2000, Sætermo et al., 2000] har i et samarbeidsprosjekt med Drift og Teknikk kartlagt dagens planleggingspraksis og kommet med forbedringsforslag. Den største forskjellen mellom den foreslåtte og dagens planprosess er et formalisert nivå for konsekvensutredninger og den operative ressursallokeringen. Med konsekvensutredninger mener Sintef:

- Analyse av inntekter kontra kostnader ved markedsscenarier og driftskonsepter
- Simulere ruteplaner og konsekvenser av innspill
- Analyse av ressursbehov
- Risikoanalyse
- Analyse av robusthet

Videre kartla Sintef i sin analyse av dagens planprosess åtte momenter som ble opplevd som spesielle problemer. De tre viktigste av disse i prioritert rekkefølge var:

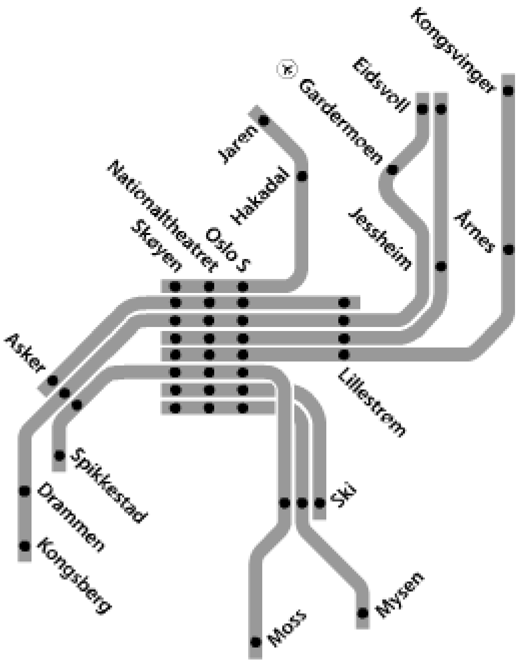
1) Tidsfrister holdes ikke, ikke koordinert
2) Uklare roller, dårlig kommunikasjon
3) Konsekvenser er dårlig vurdert

Dårlig vurdering av konsekvenser nevner Sintef som tredje viktigste utfordring for å forbedre dagens planprosess. Modellene vi senere i rapporten presenterer vil kunne passe inn i Sintefs foreslåtte prosess som en del av konsekvensutredningen for materiellplanleggingen. Dersom Sintefs forslag til endringer ikke blir implementerte, vil modellene likevel være nyttige i en fase hvor man forsøker å analysere konsekvensene ved alternative produksjonsplaner.

I tillegg foreslår Humphreys og Watson (1999) at det beste man kan gjøre for å forbedre dagens måte å planlegge på, er å optimere hvert individuelle steg i planprosessen ved bruk av optimeringsverktøy, og bruke iterasjon mellom stegene. Det operasjonsanalytiske arbeidet vårt innen materiellplanlegging vil være et steg i denne retningen.

2.3 Nærtrafikk

Nærtrafikken rundt Oslo er organisert i et stjernemønster av åtte pendler med knutepunkt ved Oslo S, Nasjonalteateret og Skøyen som vist i kartet i Figur 2-4. Dette nettverket trafikkeres av flere togprodukter, deriblant regionaltog og lokaltog. Regionaltog trafikkerer ytterstrekningene og har en rutelengde på opptil 150 km, eksempelvis Eidsvoll – Kongsberg. Lokaltog går på innerstrekningene som er opptil 50 km, for eksempel Lillestrøm – Asker [Borgerud, 1998]. I denne rapporten kommer disse to togproduktene til å bli omtalt med samlebetegnelsen nærtrafikk. Samlet består nærtrafikken av omlag 450 turer på en hverdag fordelt på mellom 35 og 90 turer på hver pendel. Til sammen på en uke er trafikken på omlag 2850 turer [Rutetabell, 2001].



Figur 2-4: Nærtrafikken rundt Oslo [www.nsb.no]

2.3.1 Målsetninger

Hovedmålsetningen for produktenheten Kortdistanse, som har ansvaret for nærtrafikken, er å bedrive massetransport gjennom merkevaren ”Puls”. I denne sammenhengen er det basisproduktet transport som har fokus, slik at viktige delmål er å tilby korte reisetider, høy frekvens på avgangene og tilstrekkelig setekapasitet.

2.3.2 Fastsettelse av ruteplan

Ved utvikling av ruteplaner for nærtrafikken spiller en rekke faktorer inn. Pendelstrukturen, altså hvilke sammenhengende strekninger som kjøres, er relativt stabil. Ved fastsettelse av pendelstrukturen er nettopp infrastrukturen sterkt førende. Man ønsker å kjøre lange sammenhengende strekninger slik at snutiden blir liten sammenlignet med kjøretiden. På denne måten oppnår man høy ressursutnyttelse. Videre har man spørsmålsstillinger rundt stoppmønster og avgangs- og ankomsttider som blant annet baserer seg på kjøretider og ressursutnyttelse.

Markedet spiller også inn i ruteplanleggingen. Til en viss grad tilpasser markedet seg til endringer i tilbudet, dog med noe treghet. Med tanke på konkurranse fra blant annet bil og buss må man selvfølgelig også etterstrebe en motsatt tilpasning. Dette dreier seg for eksempel om hvor og når setekapasiteten skal settes inn. Tilpasning til markedet skjer hovedsakelig på grunnlag av halvårlige passasjertellinger og kundehenvendelser.

Ved oppbygging av en ny ruteplan som inkluderer alle produkter vil de produktene som har høyest frekvens bli fastlagt først, altså slik at nærtrafikken får prioritet framfor eksempelvis mellomdistansetrafikken. I praksis må man derimot også ta hensyn til helhetsbildet for å unngå uheldige effekter siden alle produktene er avhengige av samme infrastruktur og har delvis overlappende markeder.

2.3.3 Variasjoner i ruteplanen

Ved utvikling av ruteplanen for nærtrafikk fokuserer man først på å bestemme en grunnrute. Denne grunnruten inneholder de faste frekvensene som på hverdager er halvtimes frekvens på innerstrekninger og times frekvens på ytterstrekninger. Grunnruten er uavhengig av variasjoner i passasjertilstrømning innenfor den tiden av døgnet som nærtrafikken kjøres. Rushtidsvariasjonene håndteres ved hjelp av ekstra ressurser i form av innsatstog og påsett. Innsatstog er ekstra avganger som settes opp i mellom de faste avgangene. Disse tilstrebes lagt midt mellom to grunnruteavganger for å fordele passasjerene best mulig. Påsett betyr at man øker setekapasiteten til de togene som skal kjøres i følge grunnruta. I forbindelse med rushtrafikken er etterspørselen så stor at det er infrastrukturen og materielltilgangen som er begrensende for hvor mye ressurser som skal settes inn.

Videre varierer ruteplanen i løpet av uka. Dette dreier seg om reduksjon i trafikken i forbindelse med helg og helligdager i forhold til hverdager, på bakgrunn av lavere etterspørsel. Dessuten er tilbudet noe endret i forbindelse med ferier. Ved endringer eller arbeid på infrastrukturen kan det også bli behov for endringer i ruteplanen.

2.3.4 Materiell

I nærtrafikken benyttes hovedsaklig motorvognsett av typen BM 69. Disse er spesielt tilpasset nærtrafikk med blant annet god akselerasjon, store fjernstyrte dører og høy setekapasitet. Et sett består av to eller tre vogner som ikke deles fra hverandre, henholdsvis to- og tre-vognssett. Hvert sett har en motorvogn i den ene enden og en styrevogn i den andre. Motorvognsettene kan føres fra både motorvognen og styrevognen slik at man ikke behøver å snu toget ved endestasjoner. Flere motorvognsett kan kobles sammen slik som nevnt i forbindelse med påsett ved rushtidskjøring. Opptil ni vogner har vært forsøkt kjørt sammen, men i praksis har man opplevd at mer enn seks vogner i sammen har ugunstige effekter og brukes derfor ikke i dag.

I grunnruta brukes kun motorvognsett, og så langt det rekker benyttes tre-vognssett. I rushtrafikken, som er førende for hvor mye materiell som trengs, brukes også noen togstammer, det vil si lokomotiv med vogner, fordi flåten av motorvognsett ikke er stor nok. Disse brukes kun på de lengre strekningene, altså ytterstrekningene, og forsøkes holdt vekk fra de sterkest rushbelastede områdene, siden utstyret ikke er særlig godt tilpasset denne typen trafikk.

En ny type materiell er planlagt tatt i bruk. Dette dreier seg om motorvognsett av typen BM 72. Når dette nye materiellet kommer tar man sikte på å fase ut togstammene fra nærtrafikken, men vil bevare motorvognsettene man allerede har, slik at man slakker litt opp på restriksjonen på tilgjengelig materiell.

2.3.5 Vedlikehold

Man har to hovedkategorier av vedlikehold, tungt og lett. Det lette vedlikeholdet er driftspausebasert. Dette betyr at vedlikeholdsjobben gjøres når materiellet har ledige pauser i følge materiellturneringen. Disse driftspausebaserte vedlikeholdsoppholdene krever minimum fire timers opphold ved vedlikeholdsbasen. Hver type materiell har en maksimumsgrense for hvor langt det kan kjøre mellom hver gang det er inne til slikt vedlikehold. For BM 69 er denne grensen på 6000 km.

Tungt vedlikehold innebærer som navnet tilsier større og mer tidkrevende operasjoner. Dette er aktiviteter som ikke er integrert i materiellturneringen. I stedet tas individene ut av turnering når slikt vedlikehold skal gjennomføres og erstattes med andre. Dette forutsetter at man har en samlet pott av materiell som er større enn mengden som er i samtidig drift, altså mengden som kreves for å gjennomføre ruteplanen. De individene som ikke er i drift er enten skadet, til revisjon eller til tungt vedlikehold. I dag har nærtrafikken rundt Oslo en pott på 70 BM 69 motorvognsett, hvorav 59 er i samtidig drift. I tillegg er seks togstammer i samtidig drift som innsatstog.

Togstammene vedlikeholdes i Loenga i Oslo. Sundland i Drammen er hovedbasen for alt vedlikehold på motorvognsettene og ingen andre materielltyper vedlikeholdes der. Dette innebærer at det ikke er en ressurs som deles med andre produkter, da disse bruker annet materiell. Dermed behøver man ikke å ta hensyn til andre produktenheter når vedlikehold på motorvognsettene planlegges. Derimot må man sørge for at ikke alt materiell kommer inn til vedlikehold samtidig ettersom vedlikeholdsbasene naturligvis har kapasitetsbegrensninger.

2.3.6 Depoter

Materiell i drift overnatter på en rekke ulike stasjoner foruten Sundland og vedlikeholdsbasen Filipstad. Hvilke stasjoner som kan brukes avhenger først og fremst av infrastrukturen. Ettersom materiellet må ha tilsyn når det er parkert, er det ønskelig å bruke færrest mulig depoter. Samtidig vil plasseringen av de ulike individene om natten avhenge av hvor de skal starte neste tur. Antall individer ved hvert depot er det samme hver natt på hverdagene, men endres ved helg og helligdager [kapittel 2.3.3].

2.4 Materiellplanlegging

Materiellturneringen for nærtrafikk rundt Oslo legges adskilt fra de andre produktene. Dette lar seg gjøre fordi materiellet verken deles med andre produkttyper eller med nærtrafikk på andre steder. Heller ikke vedlikeholds- eller depotressurser deles med andre produktenheter.

2.4.1 Inndata

Når materiellturneringen skal fastlegges tar materiellplanleggeren utgangspunkt i en ruteplan [Figur 2-2]. Denne ruteplanen skal være kjørbar med tanke på sportilgang slik at materiellplanleggeren vet at den lar seg gjennomføre. Ruteplanen inneholder alle de turene som er bestemt at skal kjøres, og som materiellplanleggeren dermed må sørge for å tildele materiell. Hvilken setekapasitet de ulike avgangene skal tildeles baserer seg i stor grad på ønsker fra markedsenheten siden de kjenner behovet best.

2.4.2 Restriksjoner

Oppgaven til materiellplanleggeren er å sette opp gyldige turneringer. Dette innebærer å bestemme sekvenser av turer som er kompatible med tanke på ankomst- og avgangs- tider og steder. Foruten turer fastsatt i ruteplanen inneholder sekvensene tomtogkjøring som er nødvendig for å oppnå gyldige turneringer. I tillegg til kompatibilitet må en gyldig turnering overholde en rekke ufravikelige restriksjoner. Disse beskrives i det følgende.

<u>Vedlikehold</u>

Man må sørge for at turneringen bringer et individ tilbake til vedlikeholdsbasen minst en gang innenfor maksimumsgrensen for antall kjørte kilometer for materielltypen. I tillegg må individet ha tilstrekkelig lang driftspause ved vedlikeholdsbasen til at vedlikeholdet kan gjennomføres.

<u>Materielltilgjengelighet</u>

Den totale turneringen som dekker hele ruteplanen må ikke bruke mer materiell enn hva som er tilgjengelig.

Toglengde

Man har begrensning på hvor stort et tog kan være. Denne er fastsatt med bakgrunn i lengden på perrongene og hva som har vist seg praktisk og effektivt ved stasjonsopphold. Man har også en absolutt grense for hvor mange motorvognsett det er teknisk mulig å kjøre sammenkoblet.

Skjøting og deling

Dersom en turnering forutsetter skjøting eller deling av tog må man sjekke at ruteplanen gir rom for den ekstra tiden dette tar. I tillegg må man sørge for at slike operasjoner kun skjer på de stedene hvor infrastrukturen tillater dette.

Snutid

Det er gitt en minstetid som kreves ved snuing for de ulike materielltypene. For motorvognsett innebærer snuing skifte av kjøreretning. Denne tiden kan være avhengig av både materielltype og infrastrukturen på snustedet.

Overnatting

Ikke alle stasjoner kan benyttes til overnatting. Dette fører til at man må sette opp tomtogkjøring dersom et individ ender sin siste tur for dagen på et sted det ikke kan overnatte.

Sportilgang ved tomtogkjøring

I utgangspunktet er det de ruteplanfestede turene som er klarert med tanke på sportilgang. Dette innebærer at man ved tomtogkjøring må sjekke at det finnes ledige slots til å kjøre den aktuelle strekningen innenfor det tidsrommet man har tilgjengelig. Særlig i rushtidene kan dette være en streng restriksjon.

2.4.3 Mål

I tillegg til de absolutte og ufravikelige restriksjonene har materiellplanleggeren andre mål som det er ønskelig å oppfylle. Dette dreier seg gjerne om faktorer som virker inn på ressursbruken og robustheten til en turnering.

Rene pendler

For å gjøre den totale materiellturneringen mest mulig robust og oversiktlig har man som mål å holde materiell til bestemte pendler. Man ønsker altså at turneringen for et individ i størst mulig grad skal inneholde turer som går på en og samme pendel. Dette vil innebære at et avvik på en pendel, eksempelvis et strømbrudd, i liten grad virker inn på trafikken på andre pendler. I praksis er dette kun delvis gjennomførbart ettersom kun én pendel går til Drammen hvor vedlikeholdet foregår. For å få turnert materiellet til vedlikehold må man altså delvis fravike dette målet.

Sykliske turneringer

Det lages i dag sykliske turneringene slik at hvert individ etter en tid kommer tilbake til utgangspunktet og kan gjenta turneringen. Denne praksisen letter arbeidet for materiellplanleggerne ettersom den øker muligheten for gjenbruk. Dessuten øker denne oppbygningen robustheten til turneringene på samme måte som rene pendler og er derfor ønskelig å bevare. Ideelt sett bør syklene være kortest mulig for å få best mulig effekt på robustheten, noe som betyr ukes-sykler siden ruteplanen gjentar seg ukevis.

Personellkostnader

Materiellturneringene kan virke inn på behovet for personell, spesielt lokomotivførere som for tiden er en sterkt begrenset ressurs. Når det legges opp til tomtogkjøring krever dette ekstra lokomotivførerressurser. Dette fører til at man forsøker å minimere mengden tomtogkjøring ved å endre turneringen eller koble individet til et annet individ som skal kjøre en ruteplanbestemt tur på samme strekning. Videre vil skjøting og deling av tog kreve ekstra personell til selve omkoblingsjobben. Parkering av materiellet om natten kan også virke inn på personellkostnadene, ettersom materiellet må ha tilsyn.

Vedlikeholdskostnader

Vedlikeholdskostnadene styres i stor grad av tilbakelagt distanse for materiellet på grunn av det distansedrevne driftspausebaserte vedlikeholdet. Dette betyr at tomtogkjøring vil øke vedlikeholdskostnadene uten å øke inntektene direkte. I hvilken grad turneringene klarer å utnytte maksimaldistansen for kjøring mellom hvert vedlikeholdsopphold, vil naturligvis også virke inn på vedlikeholdskostnadene.

Kapitalkostnader

Den største kapitalkostnaden har man ved kapitalbindingen tilknyttet eierskapet av det rullende materiellet. Dette medfører at en materiellturnering som krever lite materiell i mindre grad bidrar til kapitalkostnader enn en materiellintensiv turnering.

Avveininger mellom målene

Målsetningene som her er nevnt er delvis motstridende. Strategien med rene pendler innebærer en reduksjon i antall frihetsgrader ved arbeidet med materiellturneringer. Ved innføringen av denne strategien viste dette seg å være materielldrivende, med den konsekvens at man måtte bruke to motorvognsett mer i grunnruta. Et annet eksempel hvor avveining er nødvendig har man i forholdet mellom personellkostnader og vedlikeholdskostnader. På den ene siden bør man unngå å kjøre med høyere setekapasitet enn hva som trengs, ettersom dette øker vedlikeholdsbehovet. På den andre siden vil mye skjøting og deling øke personellkostnadene. Hvordan disse avveiningene gjøres og hvilke av målsetningene som prioriteres kan variere. Dette avhenger blant annet av hvilke ressurser man har relativt minst tilgang til i en planleggingsperiode.

2.4.4 Bruk av dataverktøy

Drift og Teknikk har ikke noe dataverktøy som integrerer hele planleggingsprosessen, men bruker ulike systemer for de ulike delprosessene. For materiellturneringen brukes det relativt nyinnførte systemet STORM-P som også inneholder aspekter av vedlikeholdsplanlegging. Dette systemet har blant annet grafisk fremstilling og noe feildetektering, men ikke beslutningsstøtte slik at systemet ikke selv foreslår løsninger. I praksis har STORM-P i liten grad blitt tatt i bruk, slik at arbeidet med å lage materiellturneringer foregår hovedsaklig for hånd med en etterfølgende registrering i systemet.

2.4.5 Hvordan materiellplanleggeren arbeider

Det lages egne turneringer for to-vognssettene, tre-vognssettene og togstammene. På grunn av variasjoner også innad I hver halvårsperiode, forårsaket av eksempelvis helligdager eller arbeid på infrastrukturen, kan man ikke bare legge én turnering for en uke og gjenta den. I stedet lages det egne turneringer for alle uker.

Når en ny turnering skal legges startes det med å bygge opp dagsverk. Deretter kobles disse dagsverkene sammen. Et mål for denne sammenkoblingen blir da å oppnå kilometerløp for hvert individ som er så nært opp mot grensen for vedlikeholdsintervallet som mulig, uten å overskride den. Hvor mange dagsverk som kobles sammen, altså hvor lang tid det tar før turneringen bringer individet tilbake til utgangspunktet slik at turneringen kan gjentas, kan variere for ulike turneringer.

Utgangspunkt i eksisterende turnering

Så lenge man ikke har en grunnruteendring [kap.2.2.3] tar man alltid utgangspunkt i en turnering som har blitt brukt før og endrer denne i tråd med justeringene i ruteplanen. Dette reduserer materiellturneringsjobben betraktelig. Ved å gjøre endringene minst mulige forenkler man også jobben for personellplanleggerne ved at de også klarer seg med relativt små endringer og har større forutsigbarhet før de får den ferdige materiellturneringen. Ulemper med denne fremgangsmåten er at man reduserer antall frihetsgrader og kan lettere se seg blind på den eksisterende turneringen og dermed overse andre og bedre løsninger.

Prioritering av kostnadsmål

I dagens situasjon er lokomotivførere en svært begrenset ressurs, noe som materiellplanleggerne må ta hensyn til. Dette innebærer at man, i den grad man har valgmuligheter, prioriterer løsninger som krever få lokomotivførere.

Kapitalkostnader har i liten grad fokus hos materiellplanleggeren. Dette har bakgrunn i at endringer i materielltilgangen og dermed kapitalkostnadene vanskelig kan påvirkes på kort sikt. Derimot vil dette være et mer aktuelt fokus ved mer langsiktig planlegging.

2.5 Drift og Teknikks ønsker til beslutningsstøtte

Den langsiktige målsetningen for Drift og Teknikk er å ta i bruk verktøy for beslutningsstøtte som foreslår løsninger. Planleggerne har visse ønsker i forhold til bruksområder for et slikt verktøy. Disse beskrives i det følgende.

Konsekvensanalyser dreier seg om hvordan ulike rammebetingelser, som personell, ruteplan og materiell, påvirker hverandre. Et aktuelt eksempel på dette kan være i hvor stor grad man kan redusere materiellflåten dersom man har mindre stramme personellbegrensninger og dermed kan tillate større grad av tomkjøring. Slike konsekvensanalyser gjennomføres ikke i dag, da dette både er for tid- og ressurskrevende.

Det er et behov for å utføre ulike former for konsekvensanalyser. Dermed må brukeren ha mulighet for å endre parametere, slik at programmet kan optimere på ulike faktorer avhengig av hensikten med optimeringen. For at konsekvensutredningene skal være effektive er man avhengig av kort løsningstid slik at mange alternativer kan testes.

Det er også ønske om å kunne bruke verktøyet i arbeidet med å legge konkrete planer. Dette krever at verktøyet kan ta hensyn til flere av de viktige rammebetingelsene som planleggerne må forholde seg til.

Planleggerne mener at det må aksepteres at løsningene ikke nødvendigvis er optimale, men det er ønskelig å vite hvor langt man er fra en optimal løsning.

3 Relevant operasjonsanalytisk teori

Dette kapitlet gir leseren en kort introduksjon til hvordan noen kjente problemstillinger pleier å bli formulert ut i fra et operasjonsanalytisk syn på verden. Videre beskrives noen klassiske løsningsstrategier for matematiske modeller. Hensikten er å tilby leseren den kunnskapen som er nødvendig for å kunne forstå det stoffet som presenteres senere i rapporten.

3.1 Tilordingsproblemet

Dette problemet handler om å fordele n jobber mellom n personer. Målet er for eksempel å utføre jobbene på kortest mulig tid. Hvis vi definerer at t_{ij} er en konstant som angir den tiden person i bruker på å gjøre jobb j, og x_{ij} er en beslutningsvariabel som angir om person i utfører jobb j eller ikke, kan problemet formuleres slik [Williams, 1999]:

$$\underset{x_{ij}}{Min} \quad \sum_{i,j} t_{ij} x_{ij}$$

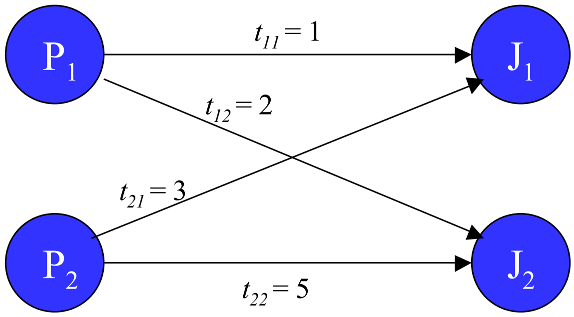
når

$$\sum_{i} x_{ij} = 1 \qquad , \forall j \qquad (1)$$

$$\sum_{j} x_{ij} = 1 \qquad , \forall i \qquad (2)$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{hvis person } i \text{ gjør jobb } j \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Restriksjonene (1) sørger for at hver jobb må utføres, mens restriksjonene (2) sørger for at hver person må utføre en jobb. Problemet kan tenkes på som et nettverk av noder hvor det er flyt i de rettede kantene mellom nodene. Figur 3-1 viser hvordan nettverket vil se ut med to jobber og to personer:



Figur 3-1: Tilordningsproblemet visualisert som nettverk

Problemet skrevet ut i sin helhet blir seende slik ut:

$$
\begin{array}{llllllll}
\textit{Min} & 1x_{11} & +2x_{12} & +3x_{21} & +5x_{22} & & & \\
\text{når} & x_{11} & +x_{12} & & & = & 1 & \text{(flyt ut av } P_1\text{)} \\
 & & & x_{21} & +x_{22} & = & 1 & \text{(flyt ut av } P_2\text{)} \\
 & x_{11} & & +x_{21} & & = & 1 & \text{(flyt inn i } J_1\text{)} \\
 & & x_{12} & & +x_{22} & = & 1 & \text{(flyt inn i } J_2\text{)}
\end{array}
$$

$$
x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{hvis person } i \text{ utfører jobb } j \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}
$$

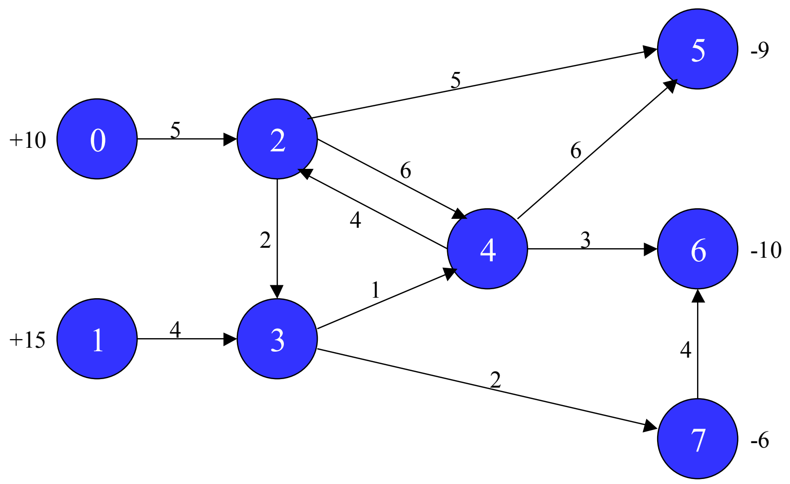
Når ligningssettet skal løses trenger man ikke å ha med de fire siste ligningene. Dette skyldes at høyreside-koeffisientene i likningene er lik 1, og dermed tvinges beslutningsvariablene automatisk til å bli enten 0 eller 1.

3.2 Flervareflyt-problemet

Tilordningsproblemet som nettopp er beskrevet er et spesialtilfelle av det generelle problemet hvor man ønsker å finne flyten av en vare gjennom et nettverk ut i fra et ønske om å minimere kostnad, tidsbruk eller andre faktorer. Flervareflyt-problemet er en utvidelse av dette generelle problemet til å finne flyten av mange ulike typer varer gjennom det samme nettverket [Williams, 1999]. Vi starter med å ta for oss bare én type vare, for deretter å utvide modellen til flere.

3.2.1 Én vare

For å illustrere et generelt nettverk velges det å ta utgangspunkt i nettverket i Figur 3-2. Nettverket har to kilder 0 og 1 med henholdsvis 10 og 15 tilgjengelige enheter. Videre finnes det 3 sluker som krever henholdsvis 9, 10 og 6 enheter. Hver rettet kant har en kostnad knyttet til seg som angir hva det koster å sende én enhet gjennom kanten. Det er viktig at summen av tilgjengelige enheter i kildenodene er lik summen av krevde enheter i sluknodene. Hvis dette ikke er tilfelle kan man utvide modellen til å ha en dummy-sluknode som krever differansen. Årsaken til at man ønsker å ha et likt antall varer i kilder og sluk er for å kunne modellere med likhetstegn i ligningene.



Figur 3-2: Eksempel på et generelt nettverk med kildenoder og sluknoder [Williams, 1999]

Videre må man sørge for at flyten av antall varer ut fra hver kildenode er lik antall varer tilgjengelig i noden. På samme måte må summen av alle varer som flyter inn i en sluknode være likt antall krevde varer for denne noden. For alle mellomnoder må flyten inn i noden være lik flyten ut av noden. For oversikten sin skyld modelleres all flyt ut av en node som negativ og all flyt inn i en node som positiv. Nettverket over kan modelleres slik:

Min	$5x_{02}$	$+4x_{13}$	$+2x_{23}$	$+6x_{24}$	$+5x_{25}$	$+1x_{34}$	$+2x_{37}$	$+4x_{42}$	$+6x_{45}$	$+3x_{46}$	$+4x_{76}$			
når	$-x_{02}$											=	-10	(ut av node 0)
		$-x_{13}$										=	-15	(ut av node 1)
	x_{02}		$-x_{23}$	$-x_{24}$	$-x_{25}$			$+x_{42}$				=	0	(flyt i node 2)
		x_{13}	$+x_{23}$			$-x_{34}$	$-x_{37}$					=	0	(flyt i node 3)
				x_{24}		$+x_{34}$		$-x_{42}$	$-x_{45}$	$-x_{46}$		=	0	(flyt i node 4)
					x_{25}				$+x_{45}$			=	9	(inn i node 5)
										x_{46}	$+x_{76}$	=	10	(inn i node 6)
							x_{37}				$-x_{76}$	=	6	(inn i node 7)

På kompakt matematisk form ser modellen slik ut:

$$\underset{x_{ij}}{Min} \quad \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij}$$

når

$$\sum_j x_{ij} = a_i \qquad , \forall \text{ kildenoder } i$$

$$\sum_j x_{ji} = b_i \qquad , \forall \text{ sluknoder } i$$

$$\sum_j x_{ji} = \sum_j x_{ij} \qquad , \forall \text{ mellomliggende noder } i$$

$$x_{ij} = \text{heltall} \qquad , \forall \text{ kanter } ij$$

der

i - indeks over noder

j - indeks over noder

a_i - antall tilgjengelige enheter i kildenode i

b_i - antall krevde enheter i sluknode i

c_{ij} - kostnad for å sende en enhet mellom node i og node j

x_{ij} - beslutningsvariabel

Hvis man ønsker en begrensning på hvor mange enheter som maksimalt kan flyte gjennom en node eller mellom to noder, kan man ta hensyn til dette ved å utvide modellen med følgende restriksjoner:

$$\sum_j x_{ji} \le d_i \qquad , \forall \text{ mellomliggende noder } i$$

$$x_{ij} \le e_{ij} \qquad , \forall \text{ noder } i \text{ og } j$$

der

d_i - maksimal tillatt flyt gjennom mellomliggende node i

e_{ij} - maksimal tillatt flyt mellom node i og j

Hvis vi relaterer den matematiske fremstillingen til nettverket i Figur 3-2, ser vi av nettverket at det ikke finnes kanter mellom alle mulige kombinasjoner av to noder, noe som ikke fremgår av den matematiske fremstillingen. Når modellen skal løses ved bruk av et optimeringsverktøy, finnes det to måter for å tvinge modellen til å gjenspeile nettverket i figuren. Den ene måten er å bare generere beslutningsvariabler for de kantene som eksisterer. Den andre måten er å generere beslutningsvariabler for alle mulige kombinasjoner av to noder, og samtidig sette kostnadene svært høye for de variablene som tilsvarer en kant som ikke eksisterer.

På samme måte som for tilordningsproblemet tvinger flervareflyt-problemets struktur beslutningsvariablene til å bli heltallige, så lenge det bare finnes én type vare. Dette forutsetter at alle høyreside-koeffisientene a_{ij}, b_{ij}, d_{ij} og e_{ij} er heltallige. Dermed kan man stryke heltallsrestriksjonene, benytte en lineær løsningsalgoritme og likevel oppnå en optimal heltallsløsning.

3.2.2 Flere varer

Når man har flere ulike typer varer som flyter i det samme nettverket, må man sørge for å skille mellom disse. Dette gjøres ved å innføre én kant mellom node i og j for hver varetype. Hvis for eksempel tre varetyper skulle flyte i nettverket i Figur 3-2, ville det finnes tre rettede kanter mellom de nodene som i figuren har én rettet kant mellom seg, altså én kant for hver varetype.

Siden hver kant i grafen må ha sin egen identitet, er det ikke lenger tilstrekkelig å identifisere en kant med indeksene i og j, siden det nå finnes flere kanter mellom to noder. Indeksen k benyttes derfor for å skille mellom de ulike varetypene. På matematisk form kan et flervareflyt-problem hvor det flyter flere ulike typer varer fremstilles slik:

$$\underset{x_{ijk}}{Min} \quad \sum_{i,j,k} c_{ijk} x_{ijk}$$

når

$$\sum_j x_{ijk} = a_{ik} \quad , \forall \text{ kildenoder } i \text{ og varetyper } k \qquad (1)$$

$$\sum_j x_{jik} = b_{ik} \quad , \forall \text{ sluknoder } i \text{ og varetyper } k \qquad (2)$$

$$\sum_j x_{jik} = \sum_j x_{ijk} \quad , \forall \text{ mellomliggende noder } i \text{ og varetyper } k \qquad (3)$$

$$\sum_{j,k} x_{jik} \le d_i \quad , \forall \text{ mellomliggende noder } i \qquad (4)$$

$$\sum_k x_{ijk} \le e_{ij} \quad , \forall \text{ noder } i \text{ og } j \qquad (5)$$

$$x_{ijk} = \text{heltall} \quad , \forall \text{ kanter } ijk \qquad (6)$$

der

i - indeks over noder

j - indeks over noder

k - indeks over varetyper

a_{ik} - antall tilgjengelige enheter av varetype k i kildenode i

b_{ik} - antall krevde enheter av varetype k i sluknode i

d_i - maksimal tillatt flyt gjennom mellomliggende node i

e_{ij} - maksimal tillatt flyt mellom node i og j

c_{ijk} - kostnad for å sende en enhet av varetype k mellom node i og node j

x_{ijk} - beslutningsvariabel

Dersom man fjerner kravet om heltall for beslutningsvariablene, restriksjonene (6), og benytter en lineær løsningsalgoritme, vil ikke nødvendigvis løsningen bli heltallig. Dette skyldes at restriksjonene (4) og (5) summerer over de ulike varetypene. For å være sikker på å oppnå heltallsløsning må man derfor benytte en algoritme som sikrer dette.

3.3 Sett partisjoneringsproblem

Formulering som sett partisjoneringsproblemer brukes når man har et sett av elementer som skal deles opp i subsett slik at alle elementene inngår i ett og bare ett subsett. Et eksempel på en aktuell problemstilling er personellplanlegging for et flyselskap. Selskapet har en mengde flyturer som skal tildeles personell. Videre har man en rekke mulige kombinasjoner av flyturer som representerer mulige turnuser. Oppgaven er å bestemme hvilke kombinasjoner som skal velges ut, og dermed hvilke turnuser som skal brukes.

Som nevnt forutsetter man i sett partisjoneringsproblemet at hvert element kun skal inngå i ett sett. I dette eksempelet betyr det at en tur skal dekkes av én og bare én turnus. På denne måten tillates ikke personell å kjøre som passasjerer på en tur. Målet for problemstillingen er å minimere mengden personell som behøves for å kjøre alle turene. Vi antar at selskapet har fem turer som nummereres fra 1 til 5 og følgende seks mulige turnuser: (1,2), (1,3,5), (2,4,5), (3), (1), (4,5). Alle turnusene har kostnaden 1. Den matematiske formuleringen av problemet blir da som følger:

$$
\begin{array}{llllllllll}
\text{Min} & x_1 & +x_2 & +x_3 & +x_4 & +x_5 & +x_6 & & & \\
\text{når} & x_1 & +x_2 & & & +x_5 & & = & 1 & \text{(tur 1)} \\
 & & & +x_3 & & & & = & 1 & \text{(tur 2)} \\
 & & +x_2 & & +x_4 & & & = & 1 & \text{(tur 3)} \\
 & & & +x_3 & & & +x_6 & = & 1 & \text{(tur 4)} \\
 & & +x_2 & +x_3 & & & +x_6 & = & 1 & \text{(tur 5)}
\end{array}
$$

$$
x_i = \begin{cases} 1 & \text{hvis turnus } i \text{ skal brukes} \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}
$$

Her representerer hver kolonne en turnus og hver rad en tur. På generell form ser formuleringen slik ut:

$$\underset{x_i}{Min} \qquad \sum_i c_i x_i$$

$$\text{når} \qquad \sum_i a_{ij} x_i = 1 \qquad , \forall \text{ turer } j$$

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{hvis turnus } i \text{ skal brukes} \\ 0 & \text{ellers} \end{cases} \qquad , \ \forall \text{ turnuser } i$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{hvis turnus } i \text{ dekker tur } j \\ 0 & \text{ellers} \end{cases} \qquad , \ \forall \text{ turnuser } i \text{ og turer } j$$

Sett partisjoneringsproblemer har en den egenskapen at optimum alltid vil tilsvare en hjørneløsning for lineærrelakseringen av problemet. Dette fører til at de er relativt enkle å løse med branch and bound. En ulempe med problemformuleringen er at den ofte har mange variabler. Ettersom hver variabel har en kolonne fører dette til at det ofte er arbeidskrevende å generere alle kolonnene for et problem, det vil si alle turnusene for flyselskaptilfellet [Williams, 1999].

3.4 Kolonnegenerering

Kolonnegenerering er en prosedyre som ofte brukes ved løsning av et sett partisjoneringsproblem. For slike problemer kan antall kolonner være svært stort. I slike tilfeller kan bruk av kolonnegenerering være gunstig. Løsningsprosedyren består av to faser, kolonnegenerering og løsning av lineærrelakseringen av sett partisjoneringsproblemet. I stedet for å finne alle kolonner for problemet og så optimere, finner man optimum for et begrenset lineærproblem som inneholder et subsett av kolonnene. Deretter finner man den reduserte kostnaden for de kolonnene som ikke er genererte. Videre legges nye kolonner med negativ redusert kostnad til det begrensede problemet, gitt at man har et minimeringsproblem. For et maksimeringsproblem skal den reduserte kostnaden være positiv hvis en kolonne skal legges til. Problemets størrelse kan reduseres ved å fjerne kolonner som har redusert kostnad større enn en gitt grenseverdi fra det begrensede problemet. Deretter løses det begrensede problemet på nytt. Når den reduserte kostnaden er større enn 0 for alle kolonner som ikke er genererte, og det begrensede problemet for de genererte kolonnene er løst til optimum, har man optimum for totalproblemet. Dersom man har et maksimeringsproblem vil kravene til redusert kostnad være omvendt av minimeringsproblemets krav [Löbel, 1998].

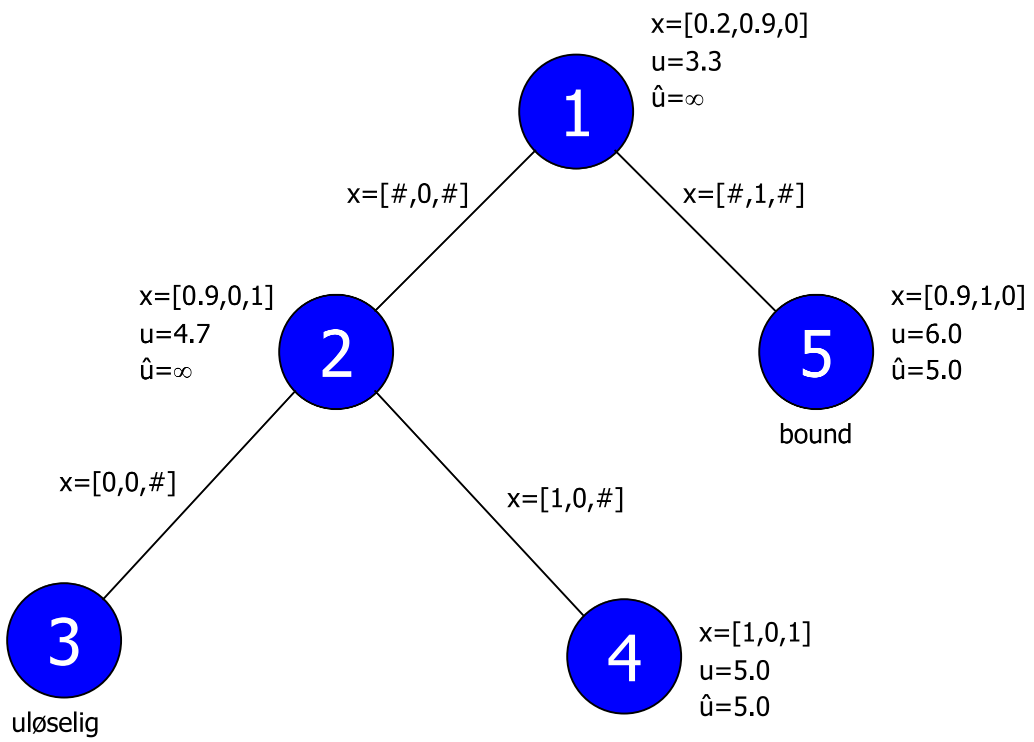
3.5 Branch and bound

Branch and bound er en algoritme for å finne optimum for et heltallsproblem. For å forenkle forklaringen vil algoritmen her bli beskrevet kun for et såkalt binærproblem, altså et problem hvor variablene kun kan ha verdiene 0 eller 1. Man starter med å løse lineærrelakseringen av binærproblemet. Dersom dette gir en heltallsløsning har man funnet optimum for heltallsproblemet, ettersom en relaksering alltid vil ha like god eller bedre løsning enn det opprinnelige problemet. Får man derimot ikke heltallsløsning for lineærrelakseringen vil denne relakseringen bli satt som rotnode i et branch and bound-tre. Denne noden forgreines (branch) i to subnoder ved at en av de ikke heltallige variablene i den foreløpige løsningen låses til henholdsvis 0 og 1. Disse nye nodene plasseres i en kø av aktive noder. Deretter velges en av de aktive nodene og man løser det tilhørende lineærproblemet med den låste variabelen holdt fast. Videre gjentas denne forgreinings- og løsningsprosessen til man har en optimal heltallsløsning eller ikke har flere aktive noder i køen. Til enhver tid sparer man på beste heltallsløsning. Før man har funnet en heltallsløsning settes denne beste løsningen til uendelig for et minimeringsproblem og minus uendelig for et maksimeringsproblem. Vi antar et minimeringsproblem i den påfølgende forklaringen.

For at algoritmen skal være effektiv er det ønskelig å unngå at alle mulige subnoder i branch and bound-treet løses. Dette oppnår man ved å sammenligne målfunksjonsverdien til lineærrelakseringen for en subnode med beste målfunksjonsverdi funnet så langt. Dersom problemet har høyere målfunksjonsverdi enn den beste løsningen unnlater man å forgreine denne noden (bound). Dette er gyldig ettersom en foreldrenodes problem er en relaksering av barnenodene og dermed må ha minst like god målfunksjonsverdi som disse.

Når det er flere aktive noder i køen må man velge hvilken som skal undersøkes først. Dette kan gjøres på ulike måter, eksempelvis å alltid velge den noden som har flest låste variable. Dette innebærer en dybde-først strategi. Man må også velge hvilken variabel man skal forgreine på. En vanlig måte er å forgreine på den variabelen som har minst avvik fra heltall, men også andre forgreiningsregler kan brukes [Rardin, 1998].

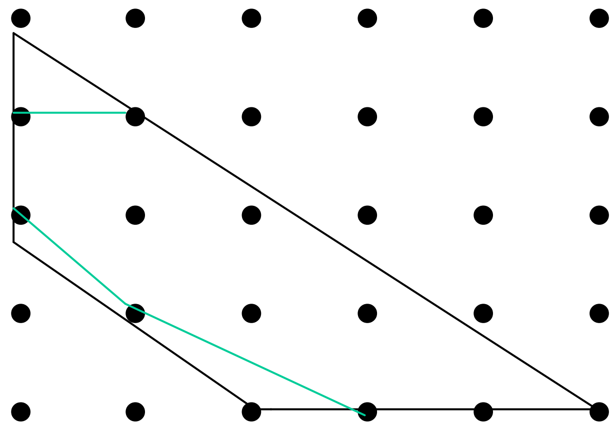
Et eksempel på et branch and bound-tre er vist i Figur 3-3. x er en vektor med tre beslutningsvariable, u er målfunksjonsverdien for den aktuelle noden og û er målfunksjonsverdien for beste gyldige løsning oppnådd så langt. Numrene i nodene angir hvilken rekkefølge de er behandlet. Langs kantene mellom nodene er det angitt hvilke variable som er låst og hvilke som fortsatt er frie (#). I figuren ser man at det forgreines på den variabelen som er nærmest heltall, nemlig siste variabel i node 1 og første variabel i node 2. Videre ser man at dybde-først er brukt ettersom node 3 og 4 som ligger lengst ned i treet, er behandlet før node 5. Problemet i node 3 gir ingen løsning og er derfor ikke forgreinet videre. Node 4 har en gyldig løsning siden alle variablene har heltallsløsning. Med bakgrunn i dette er også målfunksjonsverdien til beste kjente løsning, û, oppdatert ved denne noden. I node 5 oppnås ikke en heltallsløsning, men siden målfunksjonsverdien er dårligere enn û forgreines ikke noden videre.



Figur 3-3: Branch and bound-tre

3.6 Heltallskutt

I tilknytning til løsning av heltallsproblemer relakseres gjerne heltallskrevet i starten av løsningsprosessen. Dette innebærer at man utvider settet av gyldige løsninger med en rekke ikke-heltallige løsninger som illustrert i Figur 3-4. For heltallsproblemet er kun de avmerkede punktene innenfor den svarte rammen gyldige løsninger, mens for lineærrelakseringen er hele området innenfor rammen gyldig.



Figur 3-4: Løsningssett for heltallsproblem og lineærrelaksering [Schrijver, 1999]

For å redusere antall mulige løsninger for relakseringen, og dermed redusere løsningstiden, kan man legge til ekstra restriksjoner som kutter bort ikke-heltallige løsninger, men bevarer alle heltallsløsninger. Slike restriksjoner vil danne kutt som er illustrert i grønt i figuren. Disse kuttene kan enten legges til i en førprosesseringsfase eller underveis i en branch and bound-prosess. Branch and bound inkludert slike heltallskutt kalles branch and cut [Rardin, 1998].

3.7 Kompleksitet ved problemer – NP

Tiden det tar å finne en løsning på et problem er ofte av stor betydning. Denne tiden vil selvfølgelig avhenge av hvilken løsningsalgoritme som benyttes. Det er gjort en inndeling av algoritmer ut i fra løsningstiden. Som utgangspunkt for denne inndelingen brukes en kompleksitetsfunksjon som angir hvordan den maksimale løsningstiden avhenger av problemets størrelse, eksempelvis antall noder og kanter i en graf. Man skiller så mellom to sett av problemer, P og NP. I settet P finnes de problemene som lar seg løse av algoritmer med polynomisk løsningstid. For settet NP er derimot løsningstiden eksponentiell. Bakgrunnen for dette skillet illustreres i Tabell 3-1 hvor det vises eksempel løsningstid for en polynomisk og en eksponentiell funksjon på samme datamaskin. Generelt har en polynomisk funksjon formen n^k og en eksponentiell funksjon formen k^n, der n er problemstørrelsen.

Kompleksitets-funksjon	**Problemstørrelse n**					
	10	*20*	*30*	*40*	*50*	*60*
Polynomisk: n^2	.0001 sek	.0004 sek	.0009 sek	.0016 sek	.0025 sek	.0036 sek
Eksponentiell: 2^n	.001 sek	1.0 sek	17.9 min	12.7 dager	35.7 år	366 tiår

Tabell 3-1: Sammenligning av kompleksitetsfunksjoner [Garey og Johnson, 1979]

Ettersom et problem som kan løses med en polynomisk algoritme også kan løses med en eksponentiell algoritme er P et subsett av NP. Det er ikke bevist at problemene i NP ikke kan løses på polynomisk tid. Det anses likevel som svært sannsynlig at problemene ikke kan løses på polynomisk tid, og ingen har så langt klart å avkrefte dette. Dersom noen skulle klare å løse et problem fra settet NP med en algoritme med polynomisk kompleksitetsfunksjon ville det innebære at de to settene ble identiske.

For å bestemme hvilket sett et problem tilhører transformerer man problemet til et kjent problem i ett av settene. Beslutningsproblemer er problemer som har løsningen ”ja” eller ”nei”. Et slikt problem sier man er NP-komplett dersom man kan finne en algoritme som på polynomisk tid transformerer problemet til et kjent problem i settet NP. Søkeproblemer er problemer som gir ”nei” hvis de ikke er løsbare og ellers gir en målfunksjonsverdi. Et søkeproblem sies å være NP-hardt hvis et NP-komplett problem med en bestem metode kan transformeres til søkeproblemet. Verken NP-komplette eller NP-harde problemer kan løses på polynomisk tid [Garey og Johnson, 1979].

4 Litteraturstudie av materiellplanlegging

Planlegging for rullende materiell er svært komplekst, noe som blant annet skyldes at man må forholde seg til to dimensjoner, *tid og sted*. Behovet for å abstrahere vekk enkelte sider ved den overordnede problemstillingen er derfor stort. Dette har ført til at det innen området materiellplanlegging finnes flere forskjellige problembeskrivelser. Hver av disse ser verden på ulike måter og forsøker å vektlegge ulike aspekter.

Dette kapittelet omhandler et utsnitt av litteraturen som tar for seg materiellplanlegging med en operasjonsanalytisk vinkling. En stor del av litteraturen på området faller innenfor problemformuleringen MDVSP (Multiple Depot Vehicle Scheduling Problem). Denne delen presenteres først og noe mer inngående enn de andre problembeskrivelsene, da disse bygger på mange av de samme prinsippene. De ulike forfatternes arbeid presenteres avhengig av om de faller i kategorien MDVSP eller ikke.

4.1 Problemstilling og løsningsstrategier for MDVSP

MDVSP står for Multiple Depot Vehicle Scheduling Problem og er en problemstilling som er relevant for forskjellige transportbransjer, slik som tog, buss og skip.

4.1.1 Problembeskrivelse av MDVSP

MDVSP går ut på å dekke et sett av forhåndsbestemte turer, som til sammen utgjør en ruteplan, med transportmidler fra ulike depoter. Det kan finnes flere ulike typer materiell på hvert depot. Hver tur er definert ved avgangssted, avgangstidspunkt, ankomststed og ankomsttidspunkt. MDVSP opererer med sykliske ruteplaner, og med dette menes at ruteplanen som skal dekkes gjentar seg selv etter et visst antall timer eller dager. Det er ingen begrensninger for hvor lenge en tur kan vare. Dersom en turs varighet overstiger sykelens horisont, vil et annet individ dekke turen i neste sykel [Booler, 1980].

Problemet består i *å tilordne turer til individer slik at hver tur blir dekket av ett og bare ett individ* og at *hvert individ følger en gyldig turnering* [Booler, 1980]. Med en turnering menes den rekkefølgen et individ skal kjøre turene det er tilordnet. For at en turnering skal være gyldig, må to kriterier være oppfylte.

For det første må turneringen bestå av kompatible turer. To turer er kompatible dersom et individ har lov til å kjøre turene etter hverandre når kjøretiden mellom den første turens ankomststed og den etterfølgende turens avgangssted tas i betraktning. Matematisk er turene *i* og *j* kompatible dersom [Ribeiro et al., 1994]:

$$e_i + \tau_{ij} \leq s_j$$

der

e_i	-	ankomsttid tur *i*
τ_{ij}	-	tiden som et individ trenger for å flytte seg fra tur *i* sitt ankomststed til tur *j* sitt avgangssted
s_j	-	avgangstid tur *j*

For det andre må hver tur ha lov til å bli dekket av materielltypen som er benyttet. Målet er å komme frem til gyldige materiellturneringer som er mest mulig kostnadseffektive. Kostnadene er enten driftskostnader, antall individer, mengde tomtogkjøring eller en kombinasjon av disse [Booler, 1980].

Innenfor disse rammene velger de ulike forfatterne å detaljere problemformuleringene sine i den ene eller andre retningen. Et eksempel på dette kan være at enkelte tilordner et individ til et bestemt depot, mens andre tillater at et individ kan sirkulere mellom ulike depoter. Et annet eksempel er at noen begrenser en tur til kun å la seg dekke av gitte materielltyper, mens andre tillater at en tur kan dekkes av alle typer materiell. Det finnes også flere eksempler på slike variasjoner. Som vi skal komme tilbake til er det en sammenheng mellom konseptene materielltyper og depoter, siden disse to delvis har de samme egenskapene i en modell.

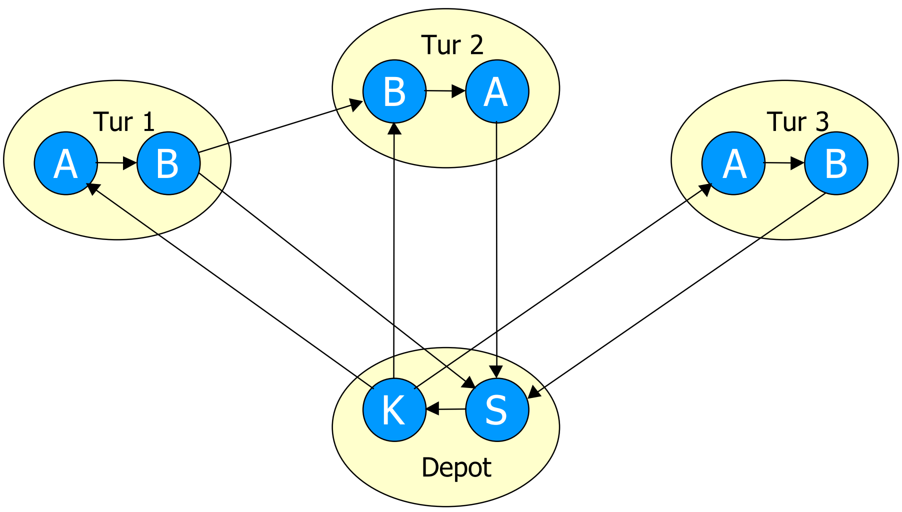
4.1.2 Visualisering av MDVSP

MDVSP kan visualiseres ved hjelp av en rettet graf [Forbes, Holt og Watts, 1994]. Da vil hver tur og hvert depot, eller alternativt individ, representeres med to noder. I

Figur 4-1 er det vist et eksempel som bygger på ruteplanen i Tabell 4-1 og ett depot. De to nodene for hver av de tre turene representerer avgangs- og ankomststedet for turen, i dette eksempelet A eller B. Kanten mellom disse to nodene representerer selve turen. Denne kanten har øvre og nedre kapasitetsgrense lik 1, hvilket betyr at turen skal kjøres av ett og bare ett individ. Depotet består også av to noder som ikke representerer ulike steder, men derimot inn- og utkjøring av depotet. I tråd med beskrivelsen av flervareflyt-problemet i kapittel 3.2.2 tilsvarer disse to nodene henholdsvis et sluk(S) og en kilde(K). MDVSP tar sikte på å generere turneringer som tilsvarer sykler. Dette blir mulig ved at man kobler sammen sluket og kilden med en kant. Denne kanten representerer oppholdet i depotet og har nedre kapasitetsgrense lik 0. Det betyr at det kan være null, men ikke et negativt antall individer i depotet. Øvre kapasitetsgrense for denne kanten er r, der r er antall individer som kan oppholde seg i depotet. Et alternativ til å modellere depoter er å representere hvert individ med et eget par av noder. I så fall vil øvre og nedre kapasitet være lik 1.

Tabell 4-1: Eksempel på en ruteplan

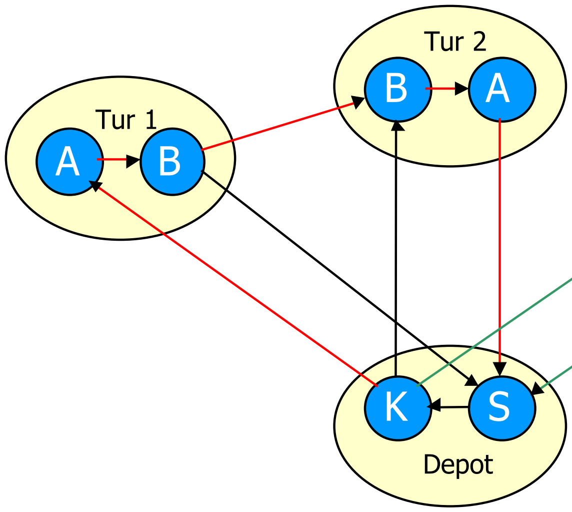
	Fra		Til	
Tur nr.	**Sted**	**Tid**	**Sted**	**Tid**
1	A	12.00	B	13.00
2	B	13.30	A	14.30
3	A	13.00	B	14.00



Figur 4-1: MDVSP fremstilt som en graf

Fra en ankomstnode til alle kompatible avgangsnoder er det også kanter, og ut- og innkjøringsnodene fungere som henholdsvis ankomstnode og avgangsnode. Disse kantene har 0 og 1 som henholdsvis nedre og øvre kapasitetsgrense. Kompatibilitet avhenger her av avgangs- og ankomsttidene i ruteplanen. Som man ser av Tabell 4-1 har Tur 3 avgang før ankomsttidspunket for Tur 2 og omvendt, noe som fører til at det ikke går noen kant mellom Tur 2 og Tur 3. I fortsettelsen vil betegnelsen node bli brukt om et nodepar inkludert kanten mellom dem, når ikke annet skrives eksplisitt. Også i de matematiske formuleringene som vil bli presentert senere gjøres denne forenklingen.

Grafen i seg selv visualiserer problemet og ikke løsningen av problemet. Det innebærer at det ikke er ferdig fastlagte turneringer som vises, men mulige turneringer. En løsning av problemet representeres med en fordeling av flyt i de ulike kantene, der disse flytene må ligge innenfor kapasitetsgrensene for at løsningen skal være gyldig. Valgmulighetene i problemet ligger først og fremst i fastsettelsen av flyt for de kantene som går mellom ulike turer eller mellom turer og depoter. Å sette flyten i en slik kant til 1 tilsier at de to nodene skal etterfølge hverandre i en turnering. En turnering representeres dermed med en kjede av noder som er bundet sammen av kanter med flyt lik 1. I Figur 4-2 finnes det fire gyldige turneringer. For hver av turnodene er det mulig å ha turnering med kun denne turen, slik som vist i grønt for Tur 3. I tillegg er turneringen Depot – Tur 1 – Tur 2 – Depot, som er vist i rødt, en gyldig turnering. Begge disse turneringene inneholder også kanten som går internt i depotnoden. For at eksempelet som helhet skal være løsbart må det finnes minst to individer i depotet, ettersom én turnering alene ikke kan dekke alle de tre turene. De to turneringene merket i grønt og rødt dekker alle.



Figur 4-2: MDVSP fremstilt som en graf med en mulig løsning

4.1.3 Matematisk modellering av MDVSP

Når et beslutningsproblem skal behandles ved hjelp av operasjonsanalytiske metoder formuleres en matematisk representasjon av det underliggende problemet, som i vårt tilfelle er MDVSP. Denne operasjonen omtales i denne rapporten som modellering. Når et nytt problem skal modelleres tar man gjerne utgangspunkt i en klassisk modell for å kunne dra nytte av kjente egenskaper ved denne modellen. Valget av modell bygger ofte på løsningstekniske hensyn. Ved modellering av MDVSP blir det i følge Forbes et al. (1994) oftest tatt utgangspunkt i enten et tilordningsproblem eller et flervareflyt-problem. Her vil de to måtene å formulere MDVSP på bli presentert med utgangspunkt i Forbes et al. (1994).

Tilordningsproblem

Når MDVSP formuleres som et tilordningsproblem representeres alle turer og alle individer som noder *i* og *j*. Hver node skal så tilordnes en etterfølgernode innenfor beskrankningene i kantenes kapasitet på en slik måte at totalkostnaden blir lavest mulig. Dette gir en kjede at noder som representerer en turnering. Formuleringen tilsvarer et tradisjonelt tilordningsproblem [kapittel 3.1].

Beslutningsvariabelen x_{ij} satt lik 1 betyr at et individ skal kjøre tur *j* rett etter tur *i*. Dersom *i* eller *j* representerer et individ innebærer x_{ij}=1 en tilordning av henholdsvis første eller siste tur for individet.

Turneringer representeres ved sykler av x_{ij}=1, der en gitt node er j ved koblingen til forgjengeren og i ved koblingen til etterfølgeren. Turneringer vil alltid inneholde minst én individnode, siden det er umulig å få sykler som kun inneholder turer. Bakgrunnen for dette er kravet om kompatibilitet i tid som gjør at ingen tur kan være både forgjenger og etterfølger til en annen tur. En turnering kan inneholde flere individnoder ved at en turnering starter fra kildenoden til et individ og ender i sluknoden til et annet individ. Dersom man tolker individnodene som depoter for enkeltindivider innebærer dette at individer bytter depot. Hvis derimot to individnoder kommer rett etter hverandre i en turnering eller en individnode er koblet direkte tilbake til seg selv, betyr det at man har flere individer tilgjengelig enn hva som behøves for å dekke ruteplanen.

Som det framgår av tolkningene over har depotene i et tilordningsproblem ikke noen form for eierskap til individene, slik at et individ kan starte fra et depot og ende opp i et annet. To alternative måter å utvide problemformuleringen for å innføre eierskap er foreslått i litteraturen. Man kan innføre binærvariable som angir om en tur er tildelt et depot eller ikke. Videre har man restriksjoner som sikrer at etterfølgende turer i en turnering tilhører samme depot. Alternativt kan man ha en restriksjon som sørger for at siste tur i en turnering ikke kobles eksplisitt til et depot. Dette gjøres ved at antall tilordninger i turneringen, inklusive den som ikke settes eksplisitt, er én større enn antall tilordningsvariabler (x_{ij}) som er lik 1. Dette eliminerer muligheten for å starte og stoppe i forskjellige depoter. Begge disse alternativene genererer en stor mengde restriksjoner og gjør dermed problemet vanskeligere å løse.

I et tilordningsproblem vil kostnaden ved å tildele en bestemt etterfølger til en gitt tur være uavhengig av hvilket individ som kjører de to turene. Dette har bakgrunn i at man for en kant mellom to turnoder i en turnering ikke vet hvilket depot individet som kjører turene kommer fra uten å følge kjeden av tilordninger gjennom turneringen tilbake til depotet. Det er kun for første og siste tur for et individ det er mulig å la kostnaden ved en tilordning avhenge av individet.

Størrelsen på et tilordningsproblem avhenger både av antall turer n og antall individer m, ettersom begge deler representeres som noder. Antall restriksjoner blir $2(n+m)$ hvis man ser bort fra binærrestriksjonene som kan sløyfes på grunn av egenskapene til tilordningsproblemet [kapittel 3.1]. Antall kanter i problemet, som bestemmes av kompatibiliteten i tid, tilsvarer antall variable. Kantene internt i hver node modelleres som nevnt ikke da dette ville ført til flere beslutningsvariable enn nødvendig.

Kvasi tilordningsproblem

Et tildelingsproblem har som beskrevet over én node for hvert individ. Dersom man har en kostnadsfunksjon c som er uavhengig av individet, er alle disse nodene identiske. Det vil si at de har de like kanter til og fra noden. Dette kan utnyttes for å redusere antall noder, og dermed antall restriksjoner og beslutningsvariable, ved å samle individene i et depot. Tilsvarende kan grupper av individer med lik kostnadsfunksjon grupperes slik at man får flere depoter. Det er dog fortsatt kun kostnaden ved å tildele en tur som første eller siste tur for et depot som kan variere mellom depotene. En slik endring gir et kvasi tilordningsproblem, som mer tradisjonelt omtales som et transportproblem, og ser slik ut:

$$\underset{x_{ij},\alpha_{ki},\beta_{ik}}{Min} \quad \sum_{k,i} a_{ki}\alpha_{ki} + \sum_{k,i} b_{ik}\beta_{ik} + \sum_{i,j} c_{ij}x_{ij}$$

når

$$\sum_k \beta_{ik} + \sum_j x_{ij} = 1 \qquad ,\forall i$$

$$\sum_k \alpha_{ki} + \sum_j x_{ji} = 1 \qquad ,\forall i$$

$$\sum_i \alpha_{ki} \le v_k \qquad ,\forall k \qquad (1)$$

$$\sum_i \alpha_{ki} - \sum_i \beta_{ik} = 0 \qquad ,\forall k \qquad (2)$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{hvis tur } j \text{ kjøres etter tur } i \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

$$\alpha_{ki} = \begin{cases} 1 & \text{hvis tur } i \text{ er første tur for et individ fra depot } k \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

$$\beta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{hvis tur } i \text{ er siste tur for et individ fra depot } k \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

der

n - antall turer

m - antall depoter

i	-	indeks over turer, $i = 1,...,n$
j	-	indeks over turer, $j = 1,...,n$
k	-	indeks over depoter, $k = 1,...,m$
a_{ki}	-	kostnad for å kjøre tur i som første tur for et individ fra depot k
b_{ik}	-	kostnad for å kjøre tur j som siste tur for et individ fra depot k
c_{ij}	-	kostnad for å kjøre tur j etter tur i
v_k	-	antall individer i depot k
α_{ki}	-	beslutningsvariabel
β_{ik}	-	beslutningsvariabel
x_{ij}	-	beslutningsvariabel

En sammenligning med tilordningsproblemet viser at de to problemformuleringene har samme struktur. Forskjellen er at depotnodene har variablene α_{ki} og β_{ik} og restriksjoner som skiller seg ut fra restriksjonene for de andre nodene i kvasi tilordningsproblemet. (1) sier at antall individer som brukes fra et depot ikke må overstige det antall individer som er tilgjengelig i det aktuelle depotet. (2) sørger for at antallet individer i et depot bevares, noe som er en forutsetning hvis modellen skal kunne brukes på en ruteplan som gjentar seg.

Tilsvarende som for tilordningsproblemet har heller ikke kvasi tilordningsproblemet i utgangspunktet noen restriksjoner som sikrer at et individ returnerer til samme depot som det startet fra. De samme tilleggene som er nevnt for tilordningsproblemet kan brukes på kvasi tilordningsproblemet for å tilfredsstille et slikt krav.

Antall restriksjoner i kvasi tilordningsproblemet avhenger av antall turer n og antall depoter m. Dette gir $2(n+m)$ restriksjoner. Merk at m er mindre i kvasi tilordningsproblemet enn i tilordningsproblemet, siden individene er gruppert i depoter. Antall variable framkommer som før av antall kanter.

Flervareflyt-problem

I et flervareflyt-problem har depotene alltid eierskap til individene, slik at en turnering starter og stopper i samme depot. Bakgrunnen for dette er at flervareflyt-problemet skiller mellom individer fra ulike depoter også for kanter som ikke er direkte knyttet til depotnodene. Et krav om at to etterfølgende turer alltid skal tilhøre samme depot sørger da for retur til utgangspunktet. Problemet formuleres slik:

$$\underset{\alpha_{ki},\beta_{ik},x_{ijk}}{Min} \quad \sum_{k,i} a_{ki}\alpha_{ki} + \sum_{k,i} b_{ik}\beta_{ik} + \sum_{i,j,k} c_{ijk}x_{ijk}$$

når

$$\sum_{i} \alpha_{ki} \le v_k \qquad ,\forall k \qquad (1)$$

$$\sum_{k} \beta_{ik} + \sum_{j,k} x_{ijk} = 1 \qquad ,\forall i \qquad (2)$$

$$\alpha_{ki} + \sum_{j} x_{jik} - \beta_{ik} - \sum_{j} x_{ijk} = 0 \qquad ,\forall i,k,\delta_{ik} = 1 \qquad (3)$$

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{hvis tur } j \text{ kjøres etter tur } i \text{ av et individ fra depot } k \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

$$\alpha_{ki} = \begin{cases} 1 & \text{hvis tur } i \text{ er første tur for et individ fra depot } k \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

$$\beta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{hvis tur } i \text{ er siste tur for et individ fra depot } k \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{hvis tur } i \text{ kan kjøres av et individ fra depot } k \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

der

n	-	antall turer
m	-	antall depoter
i	-	indeks over turer, $i = 1,...,n$
j	-	indeks over turer, $j = 1,...,n$
k	-	indeks over depoter, $k = 1,...,m$
a_{ki}	-	kostnad for å kjøre tur i som første tur for et individ fra depot k
b_{ik}	-	kostnad for å kjøre tur j som siste tur for et individ fra depot k
c_{ijk}	-	kostnad for å kjøre tur j etter tur i for et individ fra depot k

v_k	-	antall individer i depot *k*
δ_{ik}	-	funksjon som viser om tur *i* kan kjøres av et individ fra depot *k*
α_{ki}	-	beslutningsvariabel, finnes kun hvis $\delta_{ik}=1$
β_{ik}	-	beslutningsvariabel, finnes kun hvis $\delta_{ik}=1$
x_{ijk}	-	beslutningsvariabel, finnes kun hvis $\delta_{ik}=\delta_{jk}=1$

Problemformuleringen over er en komprimert utgave av flervareflyt-problemet [kapittel 3.2.2] fordi kantene internt i hver node heller ikke her modelleres eksplisitt. Denne endringen er gyldig siden man vet at hver av disse kantene alltid skal ha flyt lik 1.

En sammenligning med tilordningsproblemet viser at beslutningsvariablene i flervareflyt-problemet har en ekstra indeks *k*. Denne indeksen er bakgrunnen for at man kan vite hvilket depot som er tildelt en tur uten å spore turneringen tilbake til depotet. I grafsammenheng innebærer dette at man har ”splittet opp” kantene i adskilte kanter for ulike depoter i tråd med kapittel 3.2.2. Restriksjonene (3) sørger for at to etterfølgende turer kjøres av et individ fra samme depot, ved å sette flyten inn i en node lik flyten ut av noden for hvert depot *k*.

I flervareflyt-problemet kan kostnadene ved å tildele en etterfølger til en tur gjøres avhengig av hvilket depot som skal dekke turen. Dette kommer av at ulike parallelle kanter kan gis ulik kostnad ved hjelp av indeksen *k*, slik at kostnadsfunksjonen blir på formen c_{ijk}. Dersom man foretrekker at en tur skal kjøres av et individ fra et bestemt depot, men ikke for en hver pris, kan variasjoner over *k* i kostnadsfunksjonen modellere dette. Et absolutt forbud mot å la et individ fra et bestemt depot dekke en gitt tur kan oppnås ved å fjerne de variablene som knytter dette depotet til turen. I problemformuleringen over er δ_{ik} brukt for å angi hvilke depoter som kan dekke hvilke turer, og dermed hvilke variabler som skal genereres.

Slik flervareflyt-problemet er formulert over vil antall restriksjoner avhenge av antall depoter *m*, antall turer *n* og hvilke turer som kan dekkes av et gitt depot angitt i δ_{ik}. Maksimalt antall restriksjoner får man dersom alle $\delta_{ik}=1$, altså dersom det tillates at individer fra alle depoter kan dekke alle turer. Dette gir $n+m+nm$ restriksjoner. Antall variable avhenger foruten δ_{ik} av hvor mange turer som er kompatible.

4.1.4 Forholdet mellom materielltype og depot

I problembeskrivelsen for MDVSP [kapittel 4.1.1] skilles det mellom ulike materielltyper, noe som ikke har vært nevnt i tilknytning til modellene. Integrering av dette aspektet er relativt enkelt. I kvasi tilordningsproblemet grupperte man individene fra tilordningsproblemet i depoter. Tilsvarende kan man gruppere individene etter materielltype. Dette fører til at materielltype og depot kan modelleres på samme måte, men én betingelse må være oppfylt. Som allerede nevnt innebærer modellering av depoter at turneringer med ulike start- og sluttdepot tolkes som at individer bytter depot. En tilsvarende tolkning gir ikke mening for materielltyper ettersom et individ ikke kan skifte materielltype. For flervareflyt-problemet er dette problemfritt ettersom man alltid er sikret at et individ returnerer til startdepotet. For kvasi tilordningsproblemet må man sørge for dette eksplisitt [kapittel 4.1.3].

Det kan også modelleres flere materielltyper og depoter i samme modell. Dette gjøres ved å spalte opp hvert depot i ett depot for hver materielltype som depotet har. Med d depoter og t materielltyper gir dette inntil dt depotnoder. En slik modellering tar ikke hensyn til at individer av samme type i ulike depoter er like.

I denne rapporten blir begrepet depot brukt også når betingelsen for bruk av ulike materielltyper er innfridd, uten en eksplisitt bemerkning om denne alternative bruken hver gang.

4.1.5 MDVSP og kompleksitet

Kompleksiteten ved å løse et MDVSP problem avhenger av antall depoter. Dersom problemet har kun ett depot, gjerne omtalt som SDVSP (Single Depot Vehicle Scheduling Problem), kan det løses på polynomisk tid [kapittel 3.7]. Med to eller flere depoter øker derimot kompleksiteten betraktelig. Det er oppdelingen av settet av turer i adskilte sett for hvert depot som skaper denne økningen i kompleksitet [Bertossi, Carraresi og Gallo, 1987]. MDVSP kan omformes til et beslutningsproblem ved å definere en øvre grense for målfunksjonsverdien. Dette problemet er NP-komplett og kan dermed ikke løses på polynomisk tid. Heller ikke et ordinært MDVSP, altså ikke beslutningsproblemet, kan løses på polynomisk tid. Ikke bare er dette problemet NP-hardt, men også en tilnærming hvor det defineres et akseptabelt avvik er NP-hardt. Dersom man har kapasitetsbegrensninger for depotene er det ikke bare NP-hardt å finne en optimal løsning, men også NP-hardt å finne en gyldig (feasible) løsning [Löbel, 1998]. Dersom kostnadsfunksjonen gjøres uavhengig av depoter kan MDVSP omformuleres til SDVSP og problemet kan løses på polynomisk tid. Dette kan eksempelvis være aktuelt når målet kun er å minimere materiellbehovet [Bertossi et al., 1987].

4.1.6 Løsningsstrategier for MDVSP

I det følgende presenteres arbeidet til ulike forfattere som har tatt utgangspunkt i MDVSP. Elementene problembeskrivelse, modellering, løsningsmetode og resultater beskrives.

Bertossi, Carraresi og Gallo (1987)

Bertossi et al. krever at turneringene må ende opp igjen i startdepotet og det er kapasitetsbegrensning på tilgjengelig materiell i et depot. Målet er å minimere kostnader, hvor kostnadsfunksjonen kan varieres avhengig av om man vil minimere materiellbehov eller driftskostnader. Problemet modelleres som et tilordningsproblem med utvidelser for å sikre returen til startdepotet.

Løsningsmetode

Bertossi et al. foreslår en heuristikk som på polynomisk tid løser MDVSP ved bruk av Lagrange relaksering. De dualiserer restriksjonen som sikrer at en tur kun dekkes av et depot ved hjelp av Lagrange multiplikatorer, og får dermed en Lagrange funksjon. Denne funksjonen er ekvivalent med å løse et tilordningsproblem for hvert depot. En nedre grense for problemet oppnås ved å maksimere Lagrange funksjonens målfunksjon over Lagrange multiplikatorene. Dette tilsvarer å løse Lagrange relakseringen. Løsningen tilknyttet denne nedre grensen er ikke nødvendigvis gyldig. Den kan ha flere depoter som dekker en tur og ha turer som ikke er dekket. For å oppnå en gyldig løsning foreslår Bertossi et al. følgende heuristikk:

Løs først et problem med ett depot som minimerer materiellbehovet, for å sjekke om det finnes en gyldig løsning innenfor den totale kapasitetsbegrensningen. Fjern så ugyldigheter i følgende rekkefølge:

1) For alle noder hvor en tur dekkes av flere depoter: av de tilordnede depotene beholds det depotet som (i prioritert rekkefølge):
   a) Reduserer materiellbehovet.
   b) Reduserer målfunksjonsverdien mest.
2) For alle noder som har turer som ikke er dekket: av de depotene med ledig kapasitet, tildel det som øker målfunksjonsverdien minst.
3) Hvis det ikke er mulig å fjerne alle ugyldigheter, brukes løsningen fra problemet med ett depot som ble løst i starten, og tomtogkjøring minimeres innenfor kapasitetsbegrensningene.

Resultater

Den foreslåtte heuristikken ble testet på 35 ulike testsett med tre depoter, 50 turer og minimum materiellbehov som mål. Virkelige data for fordelingen over kjørelengder og spredning utover døgnet var grunnlaget for generering av turene. Resultatene viser at 15 av de 35 forsøkene ga 0,0 avvik mens to forsøk gav over 3,0% avvik, der

$$\text{Avvik} = \frac{\text{Øvre grense} - \text{Nedre grense}}{100 \times \text{Nedre grense}}$$

Øvre grense er den endelige målfunksjonsverdien og nedre grense er målfunksjonsverdien for Lagrange relakseringen.

<u>Wright (1989)</u>

Wright skiller mellom ulike materielltyper. For hver materielltype defineres driftskostnader og det settet av turer denne typen har lov til å kjøre. Modellen sørger for at hvert individ overnatter ved et bestemt depot hver natt. Målet er å minimere kostnadene som en funksjon av det totale antall tog benyttet og mengden tomtogkjøring som gjøres. Kostnadene avhenger av materielltype. Problemet modelleres som et flervareflyt-problem.

Løsningsmetode

Wright presenterer tre forskjellige heuristikker for å løse flervareflyt-problemet, og alle heuristikkene benytter seg av tilordningsproblemer. I steg 1) i hver algoritme ses det bort i fra at det finnes ulike materielltyper, og et lineært tilordningsproblem løses. Når det senere i hver algoritme tas hensyn til at det finnes flere ulike materielltyper, gir dette *m* tilordningsproblemer.

Man får *m* tilordningsproblemer når hver tur tilordnes én av de *m* materielltypene.

Algoritme D (deterministisk)

1) Løs problemet uten å ta i betraktning at det finnes ulike materielltyper, og endre kostnadsmatrisen underveis. Dette gir en nedre grense for problemets kostnadsfunksjon.

2) For hver materielltype *k* gjennomføres følgende steg:

   a) For alle turer som kan kjøres av *k* og minst en annen materielltype som ikke har gjennomgått steg 2) tidligere: sett kostnaden for å tilordne turen seg selv som etterfølger lik 0.

   b) Løs tilordningsproblemet som inneholder alle turer som kan kjøres av *k*. Dette gir et sett av turneringer til minimal kostnad.

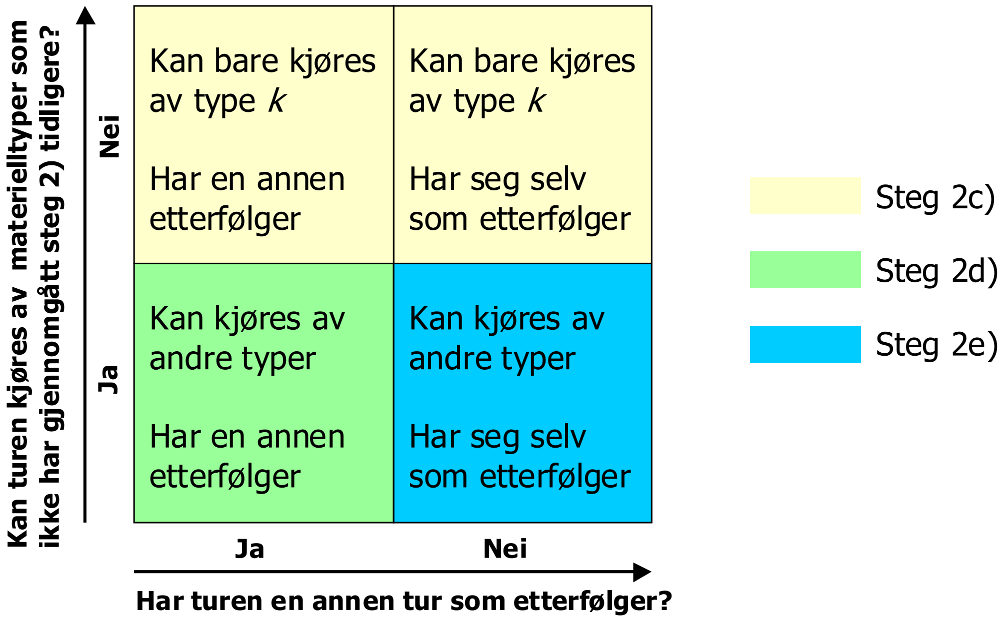
   c) For alle turer som kan kjøres av *k*, men ikke av de materielltypene som ikke har gjennomgått steg 2) tidligere: tilordne turen til materielltype *k* og behold turens etterfølger fra tilordningsproblemet.

   d) For alle turer som kan kjøres av *k* og hvor turen ikke har seg selv som etterfølger: tilordne turen til materielltype *k* og behold turens etterfølger fra tilordningsproblemet.

   e) For alle turer som kan kjøres av *k* og minst en annen materielltype som ikke har gjennomgått steg 2) tidligere, og hvor turen har seg selv som etterfølger: sett kostnaden for å kjøre turen etter seg selv tilbake til sin opprinnelige verdi og ikke la turen ha noen etterfølger.

Forklaring til Algoritme D

For hver materielltype k genererer steg 2b) et sett av gyldige turneringer for alle de turene som kan kjøres av k. De tre påfølgende stegene, steg 2c), 2d) og 2e), vurderer deretter turene i løsningen fra 2b). Disse stegene er disjunkte i den forstand at ingen tur vil vurderes av flere enn ett av stegene. Dette illustreres i Figur 4-3. Kun steg 2e) endrer turens etterfølger.



Figur 4-3: Forklaring til steg 2c), 2d) og 2e) i Wrights Algoritme D

Når alle materielltypene har gjennomgått stegene 2a) til 2e) over, har man en lovlig løsning og et komplett sett av turneringer for hver materielltype. Kostnaden som starter ved den nedre grensen, beregnet i steg 1), økes inkrementelt for hver gang steg 2b) gjennomføres.

Algoritme L (lokal forbedring)

1) Løs problemet uten å ta i betraktning at det finnes ulike materielltyper, og endre kostnadsmatrisen underveis. Dette gir en nedre grense for problemets kostnadsfunksjon.

2) Tilordne hver tur en tilfeldig materielltype som har lov til å kjøre turen.

3) Løs deretter tilordningsproblemet slik at to turer som skal kjøre etter hverandre er av samme materielltype. Dette produserer en lovlig løsning med en tilhørende kostnad FC.

4) For hver tur og for hver materielltype hvor materielltypen ikke kjører turen, men har lov til å kjøre den, gjøres følgende:

   a) Tilordne turen til materielltypen, og fjern forgjengeren og etterfølgeren som ble tilordnet turen i steg 3).

   b) Finn deretter nye turneringer ved å løse tilordningsproblemet på nytt for alle turer. Avbryt algoritmen dersom kostnadene overstiger FC.

   c) Dersom den nye kostnaden overstiger FC, reversér steg a) og fortsett.

   d) Dersom den nye kostnaden er mindre enn FC beholdes den nye løsningen, og FC settes lik den nye kostnaden.

Punkt 4) repeteres helt til løsningen ikke er endret siden sist gang man undersøkte samme kombinasjonen av en tur og en materielltype. På dette tidspunktet har man nådd et lokalt optimum.

Siden man i starten tilordnet hver tur en tilfeldig materielltype, kan man få en bedre løsning ved å løse problemet flere ganger. I så fall trengs det bare å ta vare på den løsningen med lavest kostnad. Slik kan man løse problemet på nytt og på nytt helt til man har en løsning som er god nok, eller til at tiden ikke tillater flere løsninger.

Algoritme A (simulert avkjøling)

Denne algoritmen bygger på de samme prinsippene som algoritme L, men har litt andre egenskaper. I både algoritme L og A gjennomføres endringer av den foreløpige løsningen som reduserer målfunksjonsverdien. I tillegg forsøker man med simulert avkjøling å komme vekk fra lokale optima ved også å gjennomføre endringer som forverrer målfunksjonsverdien. Hvorvidt en slik endring skal gjøres avhenger av en sannsynlighetsfunksjon. Denne funksjonen er bygd opp slik at sannsynligheten for endring reduseres hvis forverringen i målfunksjonsverdi er stor. Samtidig reduseres sannsynligheten gradvis etter hvert som heuristikken kjøres. Navnet simulert avkjøling kommer av en analogi til partiklers bevegelser som blir mindre ekstreme ved avkjøling.

Resultater

Alle algoritmene ble testet på åtte ulike ruteplaner. Den ene av disse hadde tre ulike materielltyper, mens de syv andre hadde fem typer. Antall turer varierte fra 25 til 200. Algoritme A var den beste i alle tilfellene bortsett fra den minste ruteplanen med 25 turer. Den gjennomsnittlige løsningstiden for algoritme A varierte fra 15 sekunder for den minste ruteplanen og opp til 15 minutter for den største.

Carpaneto, Dell'Amico, Fischetti og Toth (1989)

Carpaneto et al. antar flere depoter og én materielltype. Problemet modelleres som et tilordningsproblem, men med ekstra restriksjoner som sikrer at en turnering starter og stopper i samme depot. Målet er å minimere antall individer og innenfor dette antallet minimere en kombinasjon av kjøretid og ventetid.

Løsningsmetode

Forfatterne beskriver en løsningsmetode som gir optimal løsning. Metoden bygger på branch and bound [kapittel 3.5], og inkluderer bruk av en additiv nedre grense og et dominanskriterium som forklares under.

Additiv nedre grense

Som navnet antyder, består denne nedre grensen av flere delgrenser. Man finner én grense ved å fjerne de ekstra restriksjonene som sikrer retur til startdepotet, og å løser tilordningsproblemet som står igjen. Videre finner man for hver turnode en minstekostnad for å kjøre turen. Til dette brukes en algoritme som for hvert depot finner korteste vei til noden og tilbake. Så velges depotet med lavest kostnad. Disse nedre grensene kombineres så for å finne en høyere, og dermed bedre, nedre grense ved hjelp av en additiv prosedyre.

Dominanskriterium

Dominanskriteriet er et kriterium for å velge ut hvilken node som er neste til å bli forgreinet i branch and bound-treet. Man representerer et delproblem tilknyttet en node i treet som et minimeringsproblem ekvivalent med MDVSP, men mindre. Dette problemet løses, enten til optimum eller som Carpaneto et al. gjør det, ved en heuristikk. Dersom målfunksjonsverdien for minimeringsproblemet er mindre enn summen av kostnadene for alle variable satt lik 1 på veien til den aktuelle noden, skal det forgreines i noden.

Branch and bound algoritme

For hver node i branch and bound-treet løses det tilhørende tilordningsproblemet. Så forgreines det ut i fra tre forgreiningsregler som her er presentert i prioritert rekkefølge. Hvis ikke kravet om start og stopp i samme depot overholdes i den foreløpige løsningen, velges én av turneringene i denne løsningen som bryter dette kravet til utgangspunkt for videre forgreining. Dersom den additive nedre grensen for en av subnodene som genereres i treet er høyere enn beste gyldige løsning funnet så langt, forgreines noden. Dernest brukes dominanskriteriet til å velge ut subnoder som skal forgreines. Eventuelle subnoder som fortsatt ikke er forgreinet etter dette legges i køen av aktive noder sammen med en ugyldig turnering fra løsningen av tilordningsproblemet tilknyttet subnoden.

Resultater

Carpaneto et al. (1989) tok ved testing av den foreslåtte algoritmen utgangspunkt i genererte testdata som skulle simulere bynære turer med rushtidsvariasjoner. De testet med 2-3 depoter og 30-70 turer og gjennomførte 10 tester for hver problemstørrelse. Testing både med og uten bruk av den additive nedre grensen og dominanskriteriet viste at begge bidro til redusert løsningstid. Det refereres til betydelig lengre løsningstid ved 3 depoter i forhold til 2. Et utdrag av løsningsresultatene, når også den nedre grensen og dominanskriteriet ble brukt, er gjengitt i Tabell 4-2. Den viser antall depoter, antall turer, gjennomsnittlig løsningstid i HP 9000/840 sekunder og gjennomsnittlig gap mellom den optimale løsningen og den nedre grensen i rotnoden.

Tabell 4-2: Utdrag av testresultater for Carpaneto et al.

Depoter	Turer	Gj.snitt løsn.tid	Gj.snitt gap %
2	30	2,7	0,4
2	40	11,2	0,8
2	50	463,2	0,5
2	60	734,5	0,8
2	70	1002,3*	0,6
3	30	12,2	1,6
3	40	63,6	0,8
3	50	563,5*	1,1
3	60	1938,3**	1,3
3	70	-	-

(*) Et forsøk oversteg tidsgrensen på 4000 sekunder.
(**) To forsøk oversteg tidsgrensen på 4000 sekunder.

Ribeiro og Soumis (1994)

Ribeiro et al. tar hensyn til flere depoter og kraver at en turnering skal ende i startdepotet. Problemet formuleres på to ekvivalente måter, som flervareflyt-problem og som et sett partisjoneringsproblem (SP) [kapittel 3.3] med tilleggsbeskrankninger for å sikre at det ikke brukes mer materiell enn tilgjengelig for et depot. Målet er å først minimere materiellbehov og dernest variable kostnader.

Løsningsmetode

Løsningsmetoden finner en optimal løsning på et SP problem ved hjelp av kolonnegenerering som løser den kontinuerlige relakseringen av SP problemet. Kolonnegenereringen innebærer å finne den billigste turneringen som inkluderer en turnode fra et depot, altså et korteste-vei problem. Dette gjøres ved hjelp av dualen til SP's lineærrelaksering. Løsningen man oppnår bevises å være lik den optimale løsningen for lineærrelakseringen av flervareflyt-problemet. Denne relakseringen igjen bevises å være minst like stor som den additive nedre grensen beskrevet av Carpaneto et al., og er dermed en minst like god grense. For å oppnå heltallsløsning brukes branch and bound.

Resultater

Ved testing ble GENCOL blitt benyttet. Det ble generert testdata etter samme definisjoner som Carpaneto et al. (1994), altså en simulering av bynære turer med rushtidsvariasjoner. Problemet ble løst med opptil 10 depoter og 300 turer. Resultatene viser at kolonnegenereringsløsning av sett partisjoneringsformuleringen er mer robust enn Carpaneto et al. (1994) sin strategi, både med tanke på antall depoter og antall turer. Dette framkommer ved sammenligning av Tabell 4-2 og Tabell 4-3, der sistnevnte viser antall depoter, antall turer, gjennomsnittlig løsningstid i sekunder på en Sun Sparc 2 arbeidsstasjon og gjennomsnittlig heltallsgap. Testingen nådde optimum for alle forsøk med opptil 6 depoter og 150 turer. For 6 depoter og 300 turer ga 4 av 10 forsøk optimal løsning.

Tabell 4-3: Utdrag av testresultater for Ribeiro et al.

Depoter	Turer	Gj.snitt løsn.tid	Gj.snitt gap ($\times 10^{-3}$%)
2	30	1,1	0,0
2	40	2,4	2,4
2	50	3,3	0,0
2	60	7,7	0,9
2	70	13,0	0,0
2	100	19,2	2,7
3	30	1,4	0,0
3	40	2,3	2,7
3	50	5,7	20,0
3	60	7,0	0,0
3	70	12,0	15,0
3	100	32,8	0,2

Forbes, Holt og Watts (1991)

Forbes et al. har hatt arbeidet av Wright (1989) som utgangspunkt. Dette innebærer at de har den samme beskrivelsen av problemet, altså at ulike materielltyper kan ha ulike kostnader ved å kjøre en tur, begrensninger i hvilke typer som kan kjøre en tur og et endelig antall individer tilgjengelig av en gitt type. Målet er å minimere kostnader bestående av faste kostnader for materiell, tomtogkjøringskostnader og eventuelt straffekostnader ved ikke å bruke den foretrukne materielltypen for en gitt tur.

Problemet modelleres som et flervareflyt-problem, dog i en noe enklere utgave enn i kapittel 4.1.3, da depoter ikke behandles.

Løsningsmetode

En trestegs algoritme som gir optimal løsning foreslås. Algoritmen er som følger:

1) Løs tilordningsproblemet hvor man ser bort fra ulike materielltyper.
2) Konverter løsningen av tilordningsproblemet til en dual gyldig løsning ved å velge billigste materielltype for hver variabel som er lik 1. Løs den kontinuerlige relakseringen ved hjelp av dual simpleks.
3) Finn heltallsløsning med branch and bound ved bruk av følgende forgreiningsstrategier, i prioritert rekkefølge:
   a) Forgrein dersom totalt antall individer ikke er et heltall.
   b) Forgrein på de materielltypene hvor antall individer ikke er et heltall.
   c) Forgrein på den etterfølgeren med høyest kostnad, dersom en node har flere etterfølgende noder.
   d) Forgrein på materielltype dersom en tur er tilordnet flere materielltyper.

Når det ikke finnes flere forgreiningsmuligheter ut i fra strategiene over, er problemet løst.

Resultater

Ved testing av algoritmen brukte Forbes et al. testdata fra Wright (1989) som var tatt fra en virkelig ruteplan. Det ble gjort forsøk med ulike fastkostnader for materiell og både med og uten straffekostnader når en tur ble kjørt av en annen materielltype enn hva som var foretrukket. Testdataene hadde fra 3 til 5 materielltyper. Dette antallet ble redusert i enkelte tester hvor tre betingelser var oppfylte: turene for en type kunne dekkes av en annen type, kostnadene var uavhengige av materielltype og det var ikke restriksjoner på antall individer av hver type. Antall turer varierte fra 25 til 200. Resultatene viste en løsningstid på 1,8 sekunder på en 25-MHz 80486 og et heltallsgap på 0,0 for 25 turer og løsning på omtrent 6 timer med heltallsgap på 0,0 for 200 turer, begge med 3 depoter. Løsningstiden var generelt høyere ved høyere fastkostnad. Ved modellering av foretrukne materielltyper for ulike turer viste det seg også at løsningstid økte, men her var trenden en reduksjon av løsningstiden ved høyere fastkostnad. Et generelt lavt heltallsgap, ofte 0,0, påpekes som særlig positivt siden dette reduserer behovet for å gjennomføre steg tre i algoritmen.

Löbel (1996, 1998)

Löbel beskriver et problem som tar hensyn til flere depoter, retur til startdepotet og kapasitetsbegrensninger for et gitt depot. Dette problemet formuleres som et flervareflyt-problem med en målfunksjon som både kan ta hensyn til faste og variable kostnader.

Løsningsmetode

Löbel beskriver to løsningsstrategier for sin problemformulering som begge gir en optimal heltallsløsning. Den ene strategien bygger på Danzig-Wolfe dekomponering hvor man genererer alternative turneringer og så velger ut hvilke som skal brukes. Det refereres til betydelig dårligere løsningsresultater for denne strategien enn for en andre, noe som er bakgrunnen for at strategien ikke presenteres i detalj her. Den andre algoritmen som presenteres gir i tillegg til optimal løsning mulighet til å avbryte løsningsprosessen når gapet mellom den foreløpige løsningens målfunksjonsverdi og en nedre grense er lite nok. Algoritmen er som følger:

1) Beregn en nedre grense ved hjelp av Lagrangerelaksering.
2) Finn en gyldig løsning ved bruk av en heuristikk.
3) Initialisér kolonnegenerering.
4) Løs det aktuelle begrensede LP-problemet for kolonnegenereringsprosessen.
5) Bruk LP-plunging til å finne heltallsløsning.

   Hvis tilstrekkeling god løsning: stopp.

6) Fjern kolonner som har redusert kostnad over en gitt grenseverdi.
7) Kjør kolonnegenerering med Lagrange relaksering eller LP relaksering.

   Hvis globalt optimum: Bruk branch and cut for å finne heltallsløsning.

8) Gå til punkt 4.

Det som spesielt særpreger Löbels løsningsmetode er bruken av LP-plunging og Lagrange relaksering i forbindelse med kolonnegenereringen [kapittel 3.4].

LP-plunging

Ved LP-plunging går man i sykler hvor man runder variabler som ligger nær 1 til 1 og låser dem. Videre låses andre variable til 0 slik at restriksjonene oppfylles, før man finner optimum for det LP-problemet man har igjen. Dette gjøres fordi løsningen på lineærrelakseringen eller et begrenset LP-problem ofte ligger nær den optimale heltallsløsningen eller er en heltallsløsning.

Kolonnegenerering med Lagrange relaksering og LP relaksering

Ved kolonnegenerering ut i fra det vanlige kriteriet, negativ redusert kostnad fra lineærrelakseringen, fant Löbel det problematisk å løse store problemer. Bakgrunnen for det er at endringen i målfunksjonsverdi ble liten mens antall aktive kolonner med negativ redusert kostnad nær null vokste raskt. Derfor foreslås det å bruke en kombinasjon av Lagrange relaksering og LP relaksering. Man gjennomfører først en fase med kolonnegenerering ut i fra Lagrange relaksering med hensyn på flytbetingelsene [restriksjonene (2) side 38] og flytkonserveringsbetingelsene [restriksjonene (3) side 38]. Når gapet mellom den nedre grensen fra Lagrange relakseringen og den foreløpige løsningens målfunksjonsverdi er tilstrekkelig lite går man over til å bruke standard redusert kostnad.

Resultater

Löbel testet den foreslåtte algoritmen på store virkelige ruteplaner for busstrafikk i Berlin, Hamburg og omegn rundt Hamburg. Problemene ble løst uten kapasitetsbegrensninger. Det største problemet hvor minimalt materiellbehov ble bestemt eksakt hadde 49 depoter og en ruteplan bestående av 24906 turer. Problemet ble løst på omlag 8,5 time med en SUN Model 170 UltraSPARC. For minimal kostnad hadde det største problemet som ble løst til optimum 13 depoter og 3331 turer. Beste løsningstid for dette problemet var i underkant av 90 minutter. Løsningstidene varierte ved bruk av ulike heuristikker og avhengig av om LP-plunging ble brukt.

4.2 Andre problemstillinger og løsningsstrategier

Som nevnt i innledningen til kapittelet finnes det foruten MDVSP også andre problemstillinger. Disse ser verden på en annen måte og legger vekt på andre aspekter ved materiellplanleggingen.

4.2.1 Schrijver (1993)

Schrijver presenterer to modeller. Den første tar utgangspunkt i at det bare finnes én type materiell. Den andre forutsetter at det finnes to typer materiell. Problemformuleringene og modellene er i stor grad like, men løsningsstrategiene er forskjellige, grunnet større kompleksitet for to materielltyper. De to vinklingene presenteres hver for seg.

Problembeskrivelse for én type materiell

Det tas utgangspunkt i at etterspørselen er kjent for alle avganger i en ruteplan. Etterspørselen er oppgitt i antall passasjerer. Ruteplanen er syklisk og gjentar seg hver dag mandag til fredag. For én type materiell henger tre og tre vogner sammen. Tre vogner utgjør et togsett. Togsett kan hektes sammen eller kobles fra hverandre ved bestemte stasjoner. Maksimalt 15 vogner, altså fem togsett, kan til enhver tid være sammenkoblet.

Målet er å bestemme det minimale antall togsett man trenger for å gjennomføre ruteplanen og samtidig oppfylle kravet om at det skal være nok seter til å dekke passasjermengden på hver tur.

I hvert togsett finnes det et konstant antall første- og andreklasseseter. Det finnes en etterspørsel for første klasse og en annen etterspørsel for andre klasse, og disse er hver for seg de samme hver dag for en gitt tur. Dette medfører at man kan oversette etterspørselen til et minimum antall togsett som må tilordnes turen.

Videre kan overnatting kun skje på bestemte stasjoner, og antall togsett som overnatter ved hver stasjon må hver natt være det samme. Dette betyr at et gitt togsett ikke trenger å overnatte samme sted to netter på rad, så lenge det totale antallet togsett på stedene er det samme hver natt. Det finnes ingen begrensninger på hvor mange togsett som kan overnatte ved hvert sted.

På lørdag og søndag er det mindre etterspørsel enn på hverdagene, så det minimale antall togsett som må til for å dekke en ukedag vil være tilstrekkelig for å dekke en helgedag.

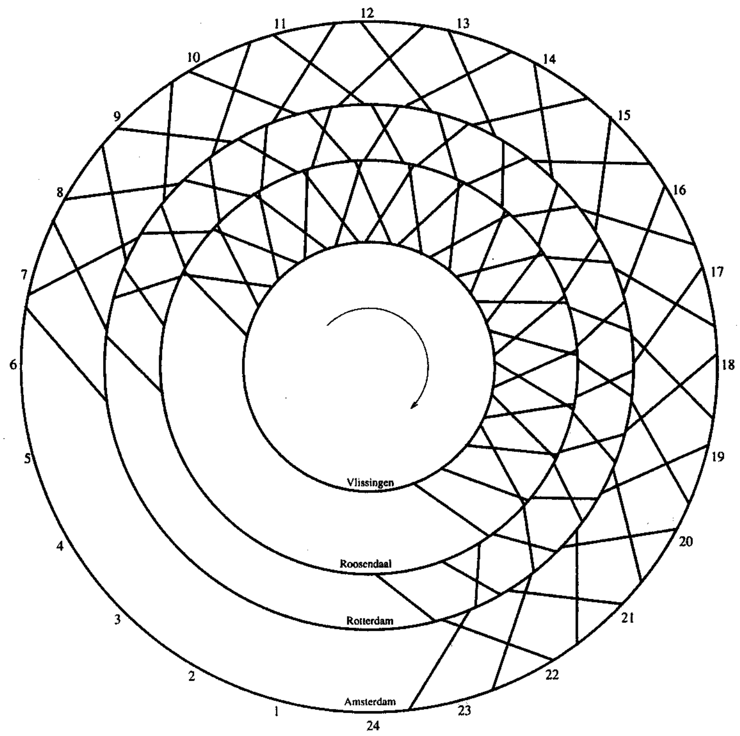
Det tas ikke hensyn til noen form for vedlikehold eller reparasjoner. Schrijver argumenterer for at dette vanligvis kan bøtes på ved et fast prosentvis tillegg på toppen av det minimale antall togsett som fremkommer av løsningen.

Modell og løsningsmetode for én type materiell

Problemet modelleres som et vanlig flervareflyt-problem hvor bare én type vare flyter i nettverket. Det ses bort i fra stasjoner hvor det ikke kan overnattes og hvor omkobling ikke er tillatt. Dermed blir ruteplanen langt mindre og det påfølgende nodenettverket betraktelig redusert. Man oppnår heltallsløsninger ved å løse modellen ved bruk av en lineær algoritme [kapittel 3.2.1].

Figur 4-4 illustrerer grafen Schrijver benytter. De fire store sirklene representerer fire ulike stasjoner over tid. Ved å følge klokkens omløpsretning én runde forflytter man seg 24 timer frem i tid. Det finnes en node for hver avgang og en node for hver ankomst. Hver node har dermed et tilhørende sted og klokkeslett. I figuren finnes nodene i kryssingen mellom en stor sirkel og en kant. Videre finnes det tre ulike typer kanter i grafen:

- kanter mellom hvert nodepar som utgjør en tur. Disse kantene kan i figuren ses som rette streker mellom to store sirkler
- kanter mellom hvert nodepar hvor de to nodene representerer samme sted og to påfølgende tider samme dag. Disse kantene utgjør mesteparten av de store sirklene, eksempelvis fra omtrent klokka 0700 til klokka 2300 for den innerste av sirklene.
- én kant for hver stasjon mellom dagens siste node og neste dags første node. Disse kantene tilsvarer overnattingskanter, og kan ses i figuren som de store sirklenes sørvestre del.



Figur 4-4: Graf over Schrijvers nettverk

Målfunksjonen minimerer flyten i overnattingskantene i nettverket ved å sette kostnaden på overnattingskantene til 1 og kostnaden på alle andre kanter til 0. Det finnes kun to restriksjoner i modellen. For det første må flyten inn i enhver node være lik flyten ut, i henhold til loven om konservering av flyt. For det andre må flyten i hver kant ligge innenfor kantens øvre og nedre kapasitetsgrense.

Det er verdt å merke seg at problemet ikke gir fastlagte turneringer ved løsning. Dette skyldes at Schrijver tillater at alle kanter kan ha en flyt større enn 1. Kanter mellom et nodepar som utgjør en tur har øvre grense lik fem, som er det største antallet togsett som til enhver tid kan være koblet sammen. Alle andre kanter mellom to noder representerer et opphold ved en stasjon, og har en uendelig stor øvre kapasitetsgrense. Dette innebærer at variablene representerer flyt av flere togsett, og man kan derfor ikke skille togsettene fra hverandre i turneringer.

Resultater for én type materiell

Ruteplanen som ble benyttet inneholdt kun én pendel mellom to større byer i Nederland, og bestod av 99 turer. Den tilhørende modellen lot seg løse på 0.05 sekunder på en SGI 4400 maskin ved bruk av en standard lineær algoritme.

Problembeskrivelse for to typer materiell

Her utvides modellen til å inkludere to ulike togsett. Det ene settet har fremdeles tre vogner, mens det andre settet består av fire vogner. Disse to togsettene er kompatible i den forstand at de kan kobles til å fra hverandre. Fremdeles kan ikke antall sammenkoblede vogner overstige 15.

For togsettet med fire vogner finnes det også et konstant antall første- og andreklasseseter. I motsetning til tilfellet over, med bare én type togsett, kan man ikke direkte oversette etterspørselen til et minimum antall togsett som må dekke turen. Dette skyldes at de to togsettene har et forskjellig antall sitteplasser for første og andre klasse. Dette fører til at man trenger ekstra restriksjoner som sørger for at etterspørselen tilknyttet en tur ikke overstiger setekapasiteten for hver klasse.

Modell og løsningsmetode for to typer materiell

Problemet modelleres som et flervareflyt-problem hvor to typer varer flyter i nettverket. Man vil dermed ikke oppnå en heltallsløsning ved bruk av en lineær algoritme [kapittel 3.2.2]. Derfor forsøker man å løse problemet med en branch and bound-algoritme. Fordi mange noder i treet måtte undersøkes, tok det flere timer å løse problemet, noe som ikke var akseptabelt dersom man skulle sammenlikne mange ulike datasett. For å minske løsningstiden, foreslås det to forbedringer:

1) Lag restriksjonene strammere i en førprosesseringsfase ved bruk av heltallskutt [kapittel 3.6]. Dette fører til at branch and bound-treet får færre noder, uten at løsningen forandres.

2) La branch and bound-algoritmen selv velge rekkefølgen den behandler variablene i. Gi høy prioritet til de variablene som tilsvarer rushtrafikk, og lav prioritet til de andre variablene.

Resultater for to typer materiell

Samme ruteplan som for én type togsett ble løst. Å stramme inn de 99 restriksjonene i førprosesseringsfasen tok 0.04 sekunder. Å finne den endelige løsningen i andre fase tok 1.58 sekunder. Ved bruk av to typer togsett oppnådde man både en reduksjon av antall togsett og antall vogner.

Mulige utvidelser

Modellen kan på en enkel måte utvides i ulike retninger. I stedet for å minimere antall togsett kan man minimere antall kjørte togkilometer, eller en lage en lineær kombinasjon av disse. I tillegg kan man lage en øvre grense for antall togsett som kan overnatte ved hver stasjon.

Videre kan man utvide modellen til å omfatte et helt nettverk og ikke bare én pendel. Dette forutsetter at det bare finnes én togtype og at denne eventuelt har sammenkoblingsegenskaper. Dersom hvert togsett har samme kapasitet er det rom for å løse store nettverk.

4.2.2 Nõu, Desrosiers og Soumis (1997)

Nõu et al. presenterer en modell og heuristikk som har blitt testet ut på godstrafikk i Sverige.

Problembeskrivelse

Problemet går ut på å lage sykliske lokomotivturneringer for en ukes ruteplan. Det antas at det finnes flere materielltyper med et begrenset antall av hver. En tur i ruteplanen er definert ved ankomst- og avgangs tid og sted. Dessuten kan behovet for trekkraft variere for ulike turer. Dette innebærer at hver tur er definert med et antall lokomotiver som behøves og hvilke lokomotivtyper som er tillatt brukt på turer. Et lokomotiv kan kjøre to turer dersom det etter å ha gjennomført den første turen har mulighet til å komme til avgangsstedet før check-in tiden for den andre turen. Check-in tid defineres som den korteste tiden et individ må oppholde seg på avgangsstasjonen før avgang. Det antas at det er tilstrekkelig sportilgang til å gjennomføre tomtogkjøring dersom det er nødvendig.

Turneringene skal være sykliske for planleggingsperioden på en uke. Dette innebærer at antall lokomotiver på en stasjon ved starten av perioden skal være likt antallet ved slutten av perioden. For turer som krysser planleggingshorisonten, kalt transitturer, skal materielltypen være den samme i starten av perioden som i slutten av perioden.

Videre tas det hensyn til vedlikeholdsbehov. Vedlikeholdsbehovet er definert ved en øvre grense for tilbakelagt distanse mellom hvert vedlikehold for et lokomotiv. Ved starten av planleggingsperioden settes den tilbakelagte distansen for de ulike lokomotivene ut i fra en uniform fordeling.

Modell

Nõu et al. modellerer problemet med en flervareflytmodell. Grafen som representerer problemet inneholder noder som defineres av et tidspunkt og et sted. Det finnes noder for alle avganger og ankomster i ruteplanen. Dessuten lages en node for hver transittur. Det genereres kanter for alle turer, stasjonsopphold mellom turer, tomtogturer og vedlikehold. Transitturene representeres med to kanter, en som representerer slutten av turen og en som representerer starten. Alle individer representeres adskilt i modellen slik at hver av de beskrevne kantene finnes i en utgave for hvert individ som tillates å bruke kanten.

Problemformuleringen ser ut som følger:

$$\underset{X_{ijl},Y_{ijl},D_{il}}{Min} \quad \sum_{l\in L}\sum_{(i,j)\in A_l} c_{ijl}X_{ijl} + f_{ijl}Y_{ijl} \qquad (1)$$

når

$$\sum_{l\in L}\sum_{(i,j)\in A_l} a_{ijlr}X_{ijl} = b_r \qquad ,\forall r \in R \qquad (2)$$

$$\sum_{l\in L(k)}\sum_{(i,j)\in A_l} (g_{ijls} - h_{ijls})X_{ijl} = 0 \qquad ,\forall k \in K, \forall s \in S \qquad (3)$$

$$\sum_{l\in L(k)}\sum_{(i.j)\in A_l} (a_{ijlR^1(r)} - a_{ijlR^2(r)})X_{ijl} = 0 \qquad ,\forall k \in K, \forall r \in R_{tr} \qquad (4)$$

$$\sum_{l\in L(k)}\sum_{j:(o(l),j)\in A_l} X_{o(l)jl} = v_k \qquad ,\forall k \in K \qquad (5)$$

$$\sum_{j:(o(l),j)\in A_l} X_{o(l)jl} = 1 \qquad ,\forall l \in L \qquad (6)$$

$$\sum_{j:(i.j)\in A_l} (X_{ijl} + Y_{ijl}) - \sum_{j:(j,i)\in A_l} (X_{jil}Y_{jil}) = 0 \qquad ,\forall l \in L, \forall i \in N_l \qquad (7)$$

$$\sum_{j:(j,d(l))\in A_l} X_{jd(l)l} = 1 \qquad ,\forall l \in L \qquad (8)$$

$$X_{ijl}(D_{il} + d_{ijl} + D_{jl}) \le 0 \qquad ,\forall l \in L, \forall (i,j) \in A_l \qquad (9)$$

$$0 \le D_{il} \le \bar{D}_l \qquad ,\forall l \in L, \forall i \in V_l \qquad (10)$$

$$X_{ijl} \in (0,1) \qquad ,\forall l \in L, \forall (i,j) \in A_l \qquad (11)$$

$$Y_{ijl} \in (0,1) \qquad ,\ \forall l \in L, \forall (i,j) \in A_l \qquad (12)$$

der

L	-	settet av lokomotiver
K	-	settet av materielltyper
L(k)	-	settet av lokomotiv av type *k*
o(l)	-	startnoden for individ *l*
d(l)	-	sluttnoden for individ *l*

N_l - mellomliggende noder tilgjengelig for individ l

V_l - $N_l \cup \{o(l), d(l)\}$

A_l - settet av alle kanter tilgjengelig for individ l

R_{tr} - settet av alle transitturer

$R^1(r)$ - kant som representerer sluttdelen av en transittur

$R^2(r)$ - kant som representerer startdelen av en transittur

R^3 - alle ikke-transitturer

R - $R^1 \cup R^2 \cup R^3$, settet av alle oppgaver

X_{ijl} - beslutningsvariabel, indikerer om individ l dekker kanten (i,j)

Y_{ijl} - beslutningsvariabel, indikerer om individ l tomtogkjører kanten (i,j)

c_{ijl} - kostnaden ved at individ l dekker kanten (i,j)

f_{ijl} - kostnaden ved at individ l tomtogkjører kanten (i,j)

b_r - antall individ som kreves for oppgave r

d_{ijl} - ressursbruk (distanse) ved at individ l dekker kanten (i,j)

$\bar{D}_l$ - maksimaldistanse mellom hvert vedlikehold for individ l

D_{il} - beslutningsvariabel, akkumulert distanse for individ l i node i

v_k - antall individer av materielltype k

$$a_{ijlr} = \begin{cases} 1 & \text{hvis kanten } (i, j) \text{ dekker oppgave } r \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

$$g_{ijls} = \begin{cases} 1 & \text{hvis kanten } (i, j) \text{ kobler startnoden med første node ved stasjon } s \text{ for individ } l \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

$$h_{ijls} = \begin{cases} 1 & \text{hvis kanten } (i, j) \text{ forbinder siste node ved stasjon } s \text{ med sluttnoden for individ } l \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Restriksjonene (2) sørger for at rett antall lokomotiver blir tilordnet alle turer. Restriksjonene (3) sier at antall lokomotiver av hver type skal være likt i starten og slutten av planleggingsperioden. Restriksjonene (4) forsikrer at en transittur kjøres av samme lokomotivtype både i starten og slutten av turen. Restriksjonene (5) begrenser antall individer av hver materielltype. Restriksjonene (6) og (8) sørger for at hvert individ er tilknyttet én kant ved henholdsvis starten og slutten av planleggingsperioden. Restriksjonene (7) er en flytkonserveringsrestriksjon som sikrer at flyten inn til en node er lik flyten ut. Restriksjonene (9) oppdaterer den akkumulerte distansen i tråd med tilordningen av turer. Restriksjonene (10) sørger for at den akkumulerte distansen ikke blir negativ eller overstiger maksimumsgrensen. Restriksjonene (11) og (12) er binærrestriksjoner.

For å sikre at ikke modellen gir en kortsiktig løsning som utsetter vedlikeholdet foreslås en ekstra restriksjon som sørger for at total akkumulert distanse ikke økes i løpet av en planleggingshorisont:

$$\sum_{l \in L} D_{d(l)l} \leq \sum_{l \in L} D_{o(l)l}$$

Løsningsmetode

For å løse problemet brukes en heuristikk som bygger på branch and bound [kapittel 3.5]. I stedet for å låse én og én variabel og så forgreine låses alle variabler med verdi over en grenseverdi dersom slike finnes, alternativt låses den variabelen med høyest verdi. I hver node i branch and bound-treet benyttes Dantzig-Wolfe dekomponering til å dele problemet opp i et begrenset master-problem, ligningene (1) – (5), og et subproblem for hvert individ, ligningene (6) – (12). Siden hjørnepunktene i løsningsområdene til hvert subproblem tilsvarer stier fra startnoden til sluttnoden for et individ erstattes beslutningsvariablene X_{ijl} og Y_{ijl} i master-problemet med variabler som representerer disse stiene. For å begrense mengden variabler representeres kun et subsett av stiene. Ved løsning alterneres det mellom å løse en lineærrelaksjon av det begrensede master-problemet og subproblemene, og de reduserte kostnadene for subproblemene bestemmer hvilke stier som skal tas inn i master-problemet.

På grunn av at problemet tilknyttet hver node i branch and bound-treet blir svært stort foreslås to måter å forenkle dette på. En mulighet er å dekomponere planleggingsperioden i overlappende tidsvinduer. For å skape en initiell geografisk fordeling løses en relaksjon som antar en materielltype og ikke noe vedlikeholdskrav. Så brukes en uniform fordeling til å sette den akkumulerte distansen for individene. En alternativ fordeling som foreslås er å fjerne vedlikeholdsrestriksjonen. Dette innebærer at man også kan gruppere individene etter materielltype i stedet for å representere hvert enkelt individ.

Resultater

Nõu et al. testet sin modell på testdata fra svensk godstrafikk. De hadde 2422 ruteplanfestede turer, omkring 150 lokomotiver og sju verksteder som var geografisk spredd. Det påpekes at testdataene hadde stor variasjon i netto frakt ut eller inn fra stasjonene på grunn av netto frakt sørover i landet noe som i sammen med kravet om sykliske turneringer skapte mye tomtogkjøring.

Ved bruk av dekomponeringen med tidsvinduer klarte man ikke å oppnå sykliske turneringer. Dette antas å komme av at kravet om sykler kun påvirker det problemet som tilsvarer tidsvinduet som binder slutten av planleggingsperioden sammen med starten. Løsningene for de foregående tidsvinduene vil derfor ofte generere løsninger som ikke lar seg gjøre å binde sammen til sykler i siste tidsvindu. Løsning av det relakserte problemet uten vedlikehold genererte en løsning hvor alle utenom seks turneringer passerte en vedlikeholdsbase. Med bakgrunn i det konkluderes det med at vedlikeholdsopphold kan legges til manuelt etter at modellen er løst, noe som også er den praksisen som ble tatt i bruk i Sverige.

4.2.3 Ramani og Mandal (1992)

Ramani et al. beskriver et beslutningsstøttesystem som er utviklet for Indian Railways (IR) til bruk ved materiellturnering. Systemet er en videreutvikling av et system som har vært brukt i deler av IR tidligere [Ramani, 1981].

Rammebetingelser

IR tilbyr ulike produkttyper som for eksempel nattog, ekspresstog og lokaltog. Disse opereres av en rekke forskjellige lokomotiv- og vogntyper som kun delvis er kompatible. Videre er det operative og vedlikeholdsmessige normer som legger føringer for hvordan materiell kan kjøres. Beslutningsstøttesystemet skal bidra til å skape minst mulig materiellkrevende turneringer innenfor disse rammebetingelsene. Ulike turneringer kan ha ulik lengde og gå over flere døgn, men de må være sykler slik at de kan repeteres. Det er mulighet for å koble av og på vogner slik at komposisjonen av toget ikke er lik for en hel turnering.

Materiellbehov

Materiellbehovet for en turnering kan fastsettes ut i fra tiden det tar fra en terminal forlates til retur til samme terminal. Dersom en turnering tar a dager trengs det a togsett for å dekke turneringen hvis ruteplanen gjentar seg daglig. Målet blir dermed å minimere summen av antall dager for alle turneringer totalt. Samtidig skal løsningen oppfylle en ruteplan med visse servicekrav, for eksempel i form av vognkomposisjon.

Optimal turnering

Beslutningsstøttesystemet forutsetter at man har en eksisterende helhetlig turnering for ruteplanen som det tas utgangspunkt i. Systemet finner så fram til ikke-optimale turneringer, der optimalitet betyr minimal bruk av materiell. Dette gjøres ved å ta for seg en og en terminal og å bruke følgende regel som bygger på en daglig repetering av ruteplanen: Ved en terminal vil en plan for togkjøring (service schedule) være optimal hvis og bare hvis alle avganger innenfor et forhåndsdefinert 24 timers intervall er koblet til en avgang innenfor samme intervall. Systemet kan foreslå løsninger som følger denne regelen. En først-inn-først-ut (FIFO) algoritme blir brukt til dette. Alternativt kan planleggeren selv gå inn og endre turneringer som ikke er optimale, for så å bli varslet dersom endringene bryter optimalitetsregelen.

Gyldig turnering

Ramani et al. sitt beslutningsstøttesystem bidrar ikke med noen automatisert kontroll av gyldigheten til en turnering. Med det menes at kun ruteplanen sjekkes av systemet, og ingen annen restriksjon som for eksempel vedlikehold. Derimot inkluderer systemet mulighet for å se tabeller som forenkler manuell sjekk av dette. Dette dreier seg om oversikt over tilgjengelighet og intervall for vedlikehold, tid ved plattform og sammensetning av vogner for ulike turer i en turnering. Slik kan planleggeren se hvorvidt krav til for eksempel vedlikehold og tid ved plattform overholdes, og samtidig se effekten av manuelle endringer i turneringen.

Statistikk

Beslutningsstøttesystemet har en egen komponent som bidrar med statistisk informasjon med ulik grad av aggregering over turneringene som lages. Dette dreier seg blant annet om tall som indikerer utnyttelsesgrad for vogner, vedlikeholdsprofiler og togkomposisjoner. Dette er funksjoner som kan benyttes til strategiske vurderinger som for eksempel innkjøpsplanlegging.

5 Vurdering og sammenligning av modellene

I dette kapitlet vurderes de ulike problembeskrivelsene med tilhørende modeller, løsningsmetoder og resultater fra kapittel 4 opp mot Drift og Teknikks rammebetingelser, ønsker og behov fra kapittel 2.

5.1 Vurdering av problembeskrivelsene

I det følgende drøftes rammebetingelsene for materiellplanleggingen opp mot de fem problemsbeskrivelsene MDVSP som flervareflyt, MDVSP som tilordning, Schrijver, Nõu et al. og Ramani et al. Bakgrunnen for denne inndelingen i fem grupper, skyldes at de ulike modellformuleringene gir føringer for hvilke rammebetingelser og krav som kan tas hensyn til. I tillegg til at det vurderes hvilke problembeskrivelser som oppfyller hvilke restriksjoner, beskrives også eventuelt *hvordan* restriksjonene tas hensyn til.

Drøftingen baserer seg både på teori og *egne tilnærminger*. Egne tilnærminger er gitt i de tilfellene hvor problembeskrivelsen ikke eksplisitt nevner om rammebetingelsene tas hensyn til, men hvor vi ser et potensial til å kunne oppfylle dem ved å gjøre mindre endringer i modellenes inndata eller restriksjoner. Der hvor vi gir egne tilnærminger er dette kommentert eksplisitt i teksten.

Rammebetingelsene som legger føringer for materiellplanleggeren behandles én etter én, og i liten grad gjentas innholdet i dem, da dette er gitt i kapittel 2.4.2. Videre vil de ulike problembeskrivelsene tolkes brukt i en motorvognsett kontekst, da det er motorvognsett som er relevant for planleggerne av nærtrafikken rundt Oslo.

5.1.1 Vedlikehold

Ved tyngre vedlikehold tas individet ut av drift, og i så måte er ikke tyngre vedlikehold et aspekt materiellplanleggen tar hensyn til ved fastlegging av turneringer. Planleggeren forholder seg dermed bare til det lette vedlikeholdet. Det er likevel viktig å påpeke at det totale antallet individer som kreves for å gjennomføre en ruteplan naturligvis også avhenger av det tyngre vedlikeholdet. Schrijver påpeker at dette totale antallet individer, inkludert alle former for vedlikehold, vanligvis er et fast prosentvis tillegg på toppen av antall individer som fremkommer av løsningen.

Verken MDVSP (både flervareflyt og tilordning) eller Schrijver tar i sin problembeskrivelse hensyn til noen form for vedlikehold. Nõu et al. har restriksjoner som sørger for at hvert motorvognsetts akkumulerte kjøredistanse ikke overskrider maksimumsgrensen for lett vedlikehold. Ramani et al. sitt beslutningsstøttesystem inkluderer manuell sjekk av vedlikehold. Dette gjøres ved at systemet blant annet gir tabeller med oversikt over vedlikeholdsintervaller for tog og hvordan arbeidsbelastningen for vedlikeholdsbasene vil bli.

5.1.2 Materielltilgang

Materiellplanleggingen krever at ruteplanen ikke bruker mer materiell enn antallet motorvognsett tilgjengelig.

Alle problembeskrivelsene oppfyller dette kravet. Ramani et al. sin optimalitetsregel endrer ikke materiellbehovet. MDVSP (både flervareflyt og tilordning), Schrijver og Nõu et al. modellerer restriksjoner som tar hensyn dette kravet.

5.1.3 Skjøting og deling

Nærtrafikken rundt Oslo benytter i rushtrafikken påsett av motorvognsett for avganger i grunnruten. Skjøting og deling er også aktuelt i forbindelse med påheng av tomtog for å unngå tomtogkjøring.

MDVSP (både flervareflyt og tilordning) har ingen mulighet for til- og frakobling av motorvognsett. En mulig måte å nærme seg problemstillingen på, er å definere at hver materielltype *k* i modellen tilsvarer *permanente* sammenkoblete motorvognsett. Dette betyr eksempelvis at én materielltype alltid vil bestå av ett tre-vognssett, mens en annen materielltype alltid vil bestå av ett tre-vognssett og ett to-vognssett, altså ett fem-vognssett. Dette gir fortsatt ikke mulighet for skjøting eller deling, men man kan på denne måten håndtere aspektet med ulike toglengder. Det er tvilsomt om tilnærmingen vil gi gode løsninger da den gir lite fleksibilitet. Denne tilnærmingen er et eget forslag.

Både Schrijver, Nõu et al. og Ramani et al. tar hensyn til skjøting og deling. Schrijver gjør dette ved å modellere et flervareflyt-problem hvor alle kanter har en øvre kapasitetsgrense større enn 1. Modellen får dermed implisitt egenskaper for til- og frakobling. Viktige forutsetninger for Schrijver er at modellen bare kan inkludere stasjoner hvor skjøting og deling er mulig og at ruteplanen er klarert med hensyn til tiden eventuelle til- og frakoblinger krever. Nõu et al. sørger for at flere motorvognsett kan tilordnes samme tur, noe som gir skjøtings- og delingsegenskaper. At det er tid nok til gjennomføre av- og påkobling av motorvognsett, tas det hensyn til gjennom check-in tiden. Ramani et al. må manuelt undersøke om til- og frakobling er mulig med utgangspunkt i ulike tabelloversikter.

5.1.4 Toglengde

Materiellplanleggeren i Drift og Teknikk må ta hensyn til at motorvognsettene aldri er sammenkoblet på en slik måte at de et samlet vognantall som overstiger den lovlige grensen.

For MDVSP (både flervareflyt og tilordning) er ikke dette en relevant problemstilling, siden skjøting og deling ikke lar seg gjennomføre. Altså vil en materielltype aldri ha et variabelt antall vogner, i tråd med kapittel 5.1.3. Ved å bare inkludere materielltyper med færre enn sju vogner, kan man sørge for at et tog aldri har mer enn seks vogner. Dermed kan man konkludere med at MDVSP *indirekte* tar hensyn til toglengde, gitt at inndataene til modellen er korrekte.

Nõu et al. kan ikke i utgangspunktet ta hensyn til toglengden i et motorvognsett. Men ved å dele hver likhetsrestriksjon som bestemmer hvor mange individer som skal dekke en tur [restriksjonene (2) i side 61] i to ulikhetsrestriksjoner, kan dette tas hensyn til. De to nye restriksjonene for hver tur vil henholdsvis være en øvre og nedre grense for hvor mange vogner som kan inngå i en turen. Øvre grense er seks, mens nedre grense avhenger av ønskene fra markedsenheten. Dette tilsvarer at a_{ijlr} blir omdøpt fra å være en 0-1 koeffisient til å være en 2-3 koeffisient, avhengig av om individ l er et to- eller tre-vognssett. Koeffisientene b_r vil tilsvare den øvre eller den nedre grensen for antall vogner. Denne måten å håndtere toglengde på er et eget forslag til tilnærming.

Schrijver modellerer restriksjoner som tar hensyn til toglengden, mens Ramani et al. tar manuelt hensyn til dette gjennom tabelloversikter over servicekrav.

5.1.5 Snutid

Materiellplanleggeren må ta i betraktning minstetiden et individ bruker på å endre kjøreretning.

MDVSP (både flervareflyt og tilordning) og Nõu et al. kan ta hensyn til snutider ved å utvide definisjonen av kompatible turer: $e_i + \tau_{ij} \leq s_j$ [kapittel 4.1.1]. Dersom tur i og tur j krever at et individ endrer kjøreretning for at det skal kunne kjøre turene etter hverandre, kan man la τ_{ij} inneholde minstekravet til snutid, og dermed bare generere kanter mellom turer som er kompatible med hensyn på snutid. Denne tilnærmingen er det vi selv som har tolket oss frem til.

Schrijver forutsetter at ruteplanen er klarert med hensyn til snutider. Dersom den aktuelle ruteplanen *ikke* er klarert med hensyn til snutider, kan dette likevel tas hensyn til ved å fjerne enkelte kanter i den opprinnelige grafen og erstatte disse med nye kanter. Fremgangsmåten baserer seg på å fjerne en kant mellom en ankomstnode og en avgangsnode som tilsvarer samme sted, dersom nodene innebærer snuing av togsettet og tiden ikke tillater dette. En ny kant opprettes fra ankomstnoden til førstkommende node som enten ikke krever snuing eller som er kompatibel med tanke på snutid hvis noden krever snuing. Andre motorvognsett må kunne bruke den opprinnelige kanten som ble fjernet, og dette tas hensyn til ved å modifisere kantene på liknende måte bakover i tid. Tilnærmingen er en egen tolkning.

Ramani et al. lar i sitt beslutningsstøttesystem planleggeren manuelt sjekke om to turer er kompatible med hensyn til snutiden. Dette gjøres ved å gi planleggeren en oversikt over tiden et individ befinner seg ved hver stasjon.

5.1.6 Sportilgang for tomtogkjøring

De ruteplanfestede turene er klarert med hensyn på sportilgang, så det er sportilgang for tomtogkjøringen som materiellplanleggeren må ta i betraktning når turneringer legges. Dette gjøres ved å undersøke om det finnes ledige slots for de aktuelle strekningene slik at tomtogkjøring kan finne sted.

MDVSP (både flervareflyt og tilordning) opererer ikke med begrepet slot, noe planleggerne i Drift og Teknikk gjør. MDVSP (både flervareflyt og tilordning) kan likevel delvis ta hensyn til sportilgang for tomtogkjøringen. Dette kan, på samme måte som for snutider, gjøres ved å utvide definisjonen av kompatible turer. Dersom tur *j* sitt avgangssted er forskjellig fra tur *i* sitt ankomststed, må man undersøke om det finnes et ledig slot mellom de to stedene i det rette tidsrommet slik at tomtogkjøring kan finne sted. Hvis et slikt slot *ikke* finnes, lar man τ_{ij} være uendelig stor. Dette fører til at turene ikke er kompatible med hensyn på tomtogkjøring, og en kant mellom turene vil derfor ikke genereres. Hvis et slot finnes, lar man τ_{ij} ha sin opprinnelige tolkning, og dermed opprettes bare kanter mellom turene dersom de er kompatible i definisjonens opprinnelige forstand.

Denne tilnærmingen innebærer at det samme slotet kan bidra til at det genereres flere kanter for tomtogkjøring ulike steder i grafen, og sikrer derfor ikke at tomtogkjøringene innbyrdes er kompatible med hensyn til sportilgang. Likevel er dette et steg i riktig retning, da alternativet ville vært at løsningen kunne ha generert tomtogkjøring uavhengig av trafikkbildet på strekningene. Denne måten å håndtere sportilgang for tomtogkjøring er vår tilnærming til å la MDVSP (både flervareflyt og tilordning) ta hensyn til begrepet slot.

Argumentasjonen over gjelder også for Nõu et al., men her må det alternativt undersøkes om individet kan kobles til en ruteplanlagt tur som påheng, dersom dette er å foretrekke. Dette avhenger både om tiden og den samlede toglengden tillater at skjøting og deling kan finnes sted.

Schrijver genererer bare kanter mellom to ulike steder for ruteplanlagte turer, ikke tomtogturer. Siden skjøting og deling lar seg utføre på alle stasjoner til enhver tid, bøtes dette på ved at motorvognsett kan flyttes mellom ulike stasjoner som påheng. Dette forutsetter at summen av antall vogner i motorvognsettene som opprinnelig skulle dekke turen og antall vogner i påhenget ikke overstiger maksimumsgrensen.

En alternativ utvidelse til dette kan være å tillate at summen av vogner for en tur kan overstige maksimumgrensen. Dersom løsningen viser at maksimumsgrensen ikke overskrides, vil dette bety at det ikke er behov for tomtogkjøring. I motsatt fall må det i ettertid manuelt undersøkes om et eller flere av motorvognsettene som førte til at grensen ikke ble overholdt kan tomtomkjøre samme strekning, og likevel rekke den neste turen som skal kjøres. Dette er en mulig tilnærming for å håndtere tomtogkjøring for Schrijver, men fremgangsmåten tar ikke hensyn til om det finnes ledig sportilgang for tomtogkjøringen. Tilnærmingen er basert på egen tolkning.

Ramani et al. tar alltid utgangspunkt i en helhetlig eksisterende turnering for ruteplanen, og denne er i utgangspunktet klarert med hensyn til sportilgang for tomtogkjøringen. Når optimalitetsregelen endrer turneringer, skjer dette ved at to individer bytter turnering ved en gitt stasjon, og dette genererer verken nye turer eller tomtogturer.

5.1.7 Etterspørsel

Markedsenheten legger føringer for hvilken komposisjon av motorvognsett de ønsker skal dekke en gitt tur. Dette gjøres med bakgrunn i passasjertellinger og kundehenvendelser.

MDVSP som flervareflyt har mulighet til å begrense hvilke materielltyper som kan dekke en tur, i tråd med diskusjonen i kapittel 5.1.3 . Dermed kan man for hver tur utelukke de komposisjonene av motorvognsett som ikke tilfredsstiller markedsenhetens ønsker eller krav. På denne måten kan tas det hensyn til markedsbehovene. Dette er vår tilnærming.

MDVSP som tilordning har ikke denne egenskapen. Eneste mulighet for å være sikker på å dekke hver tur med tilstrekkelig kapasitet, er å bare inkludere i modellen komposisjoner av motorvognsett som har like stor, eller større, kapasitet enn det som kreves eller ønskes for den turen med høyest krav til kapasitet. Det er lite sannsynlig at denne tilnærmingen vil gi gode løsninger, da mange turer vil måtte dekkes av komposisjoner som har større kapasitet enn nødvendig. Dette er også vår tilnærming.

Schrijver tar utgangspunkt i passasjertall for hver enkelt tur, og dekker via skjøting og deling dermed kravet om etterspørsel på en god måte. Nõu et al. tillater også skjøting og deling. Den nedre grensen i avsnittet om toglengde tilsvarer markedsenhetens ønsker og krav, og Nõu et al. tar dermed også hensyn til markedet på en god måte.

Ramani et al. opererer med servicekrav knyttet til en tur, for eksempel i form av vognkomposisjon, og ved å dekke servicekravene tas det hensyn til etterspørselen.

5.1.8 Overnatting

Drift og Teknikk har føringer for hvor motorvognsettene kan oppbevares over natten. Føringene avhenger av infrastrukturen på de ulike stedene.

MDVSP (både flervareflyt og tilordning) modellerer depoter eksplisitt, og kan dermed samle motorvognsettene på bestemte steder.

Schrijver forutsetter i utgangspunktet at kun stasjoner som kan benyttes som depoter modelleres. Modellen, og dermed problembeskrivelsen, kan imidlertid endres slik at ikke alle stasjonene trenger å ha denne egenskapen. Dette gjøres ved å fjerne overnattingskantene for de stasjonene som ikke kan benyttes som depoter, samt tilføre nye kanter etter endt dag fra de samme stasjonene til stasjoner som har overnattingsegenskaper. Disse nye kantene har, i likhet med de gjenstående overnattingskantene, ingen øvre grense for hvor mange togsett som kan forflytte seg langs dem. Dersom løsningen tilsier at ingen av disse kantene har en flyt som overstiger maksimumsgrensen for antall vogner, vil flyten tilsvare én tomtogkjøringstur for hver kant. For hver kant som har flyt større enn maksimumsgrensen for antall vogner, må to eller flere tomtogkjøringsturer gjennomføres for å flytte motorvognsettene til riktig stasjon. Disse turene må kjøres med et visst mellomrom i tid, slik at det tas hensyn til sportilgangen. Denne tilnærmingen er egen utvidelse av problembeskrivelsen.

Nõu et al. modellerer ikke depoter eksplisitt, men har ventekanter. Dermed kan man unngå stasjonsopphold på steder hvor infrastrukturen ikke tillater det på samme måte som for Schrijver, ved å fjerne ventekantene og legge til nødvendige kanter ut fra de aktuelle stasjonene.

Ramani et al. tar ikke hensyn til depoter, og kan ikke tvinge motorvognsett til å samles på gitte steder for å overnatte.

5.2 Oppsummering av problembeskrivelsene

I denne delen strukturerer og oppsummerer vi utfallet av vurderingene over. Det er verdt å merke seg at noen av rammebetingelsene er mykere enn andre. Med dette menes at enkelte av rammebetingelsene er absolutte og må oppfylles, mens andre i større grad er ønsker som tilstrebes oppfylt [kapittel 2.4.2].

Tabell 5-1: Hvilke av rammebetingelsene som dekkes av problembeskrivelsene

Problembeskrivelse Rammebetingelser	MDVSP som flervareflyt	MDVSP som tilordning	Schrijver	Nõu et al.	Ramani et al.*
Vedlikehold	Nei	Nei	Nei	Ja	Ja
Materielltilgang	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja
Skjøting/deling	Nei	Nei	Ja	Ja	Ja
Toglengde	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja
Snutid	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja
Sportilgang for tomkjøring	Delvis	Delvis	Nei	Delvis	Ja
Etterspørsel	Ja	Nei	Ja	Ja	Ja
Overnatting	Ja	Ja	Ja	Ja	Nei
Genererer turneringer	Ja	Ja	Nei	Ja	Delvis

(*) Ramani et al. har ingen automatisert sjekk av restriksjonene. Dette gjøres manuelt.

5.3 Vurdering av modeller og løsningsmetoder

I dette kapittelet har vi valgt å skille mellom de ulike forfatterne som tar for seg MDVSP ettersom disse bruker ulike løsningsmetoder. Disse sammenlignes også opp mot bidragene fra Schrijver, Nõu et al. og Ramani et al.

5.3.1 Problemformulering

For MDVSP er det i følge Forbes et al. (1994) to hovedmåter å modellere problemet, som tilordningsproblem og som flervareflyt-problem [kapittel 4.1.3]. Ramani et al. skiller seg ut ved at de ikke presenterer noen matematisk formulering av sitt problem. Av de andre forfatterne vi har tatt for oss er det kun Bertossi et al. og Carpaneto et al. som bruker tilordningsmodellen som utgangspunkt, mens de resterende modellerer som flervareflyt-problem. Dessuten brukes også en tredje modelleringsform, nemlig sett partisjonering, som i følge Ribeiro et al. er ekvivalent med flervareflyt-problemet. Ribeiro et al., Löbel og Nõu et al. omformulerer flervareflyt-problemene sine til sett partisjoneringsproblemer problemene før løsning, noe som ikke framgår av tabellen.

5.3.2 Kostnadsfunksjon

Kostnadsfunksjonen bestemmer hva det optimeres på i de ulike formuleringene. Ramani et al. sitt system skiller seg ut siden det ikke har noen eksplisitt kostnadsfunksjon, men en regel som minimerer materiellbehov. For alle de andre modellene kan kostnadsfunksjonen formuleres til å minimere kostnader eller materiellbehov.

Flervareflyt-modellen for MDVSP består av tre ledd, a_{ki} som er kostnaden ved å kjøre i som første tur for et individ fra depot k, b_{ik} som er kostnaden for å kjøre i som siste tur for depot k og c_{ijk} som er kostnaden ved å tilordne tur j etter tur i for et individ fra depot k. Ved å sette c_{ijk}=0 og a_{ki}= b_{ik}=$^1/_2$ vil man minimere materiellbehovet. Alternativt kan alle koeffisientene settes lik distansen mellom nodene noe som innebærer at tomtogkjøring minimeres ettersom ruteplanen setter en nedre grense for hvor mye som kjøres utenom tomtogkjøring. Ved å legge til en fastkostnad til koeffisientene a_{ki} eller b_{ik} som er betydelig større enn kostnadene c_{ijk} vil man først minimere materiellflåten og innenfor dette antallet minimere driftkostnaden representert ved c_{ijk} og den variable delen av a_{ki} og b_{ik}. Ved å variere grunnlaget som kostnadsfunksjonen bygges opp av kan man se hvordan ulike prioriteringer og verdsettinger virker inn på turneringene og dermed på kostnadsdriverne. Både flervareflyt-modellene til Nõu et al. og Schrijver kan benytte seg av tilsvarende kostnadsfunksjoner. Tilordningsmodellene til Bertossi et al. og Carpaneto et al. har også tilsvarende kostnadsfunksjoner, dog uten mulighet til å differensiere kostnaden for tilordning av en tur til individer fra ulike depoter.

5.3.3 Løsningsmetode

Enkelte løsningsmetoder kan garantere at man får en optimal løsning på det definerte problemet dersom man får en løsning uten å avbryte prosessen. For heuristikker derimot vet man ikke om løsningen man får er optimal eller hvor nær optimum den ligger. Fordelen med heuristikker er at de ofte gir en gyldig løsning på kortere tid. De presenterte løsningsmetodene som gir optimal løsning starter med å løse problemet med en heuristikk eller å løse en relaksering av problemet ved hjelp av en lineær algoritme. Dette gir raskt en løsning som utgangspunkt for videre bearbeidelse. Alle algoritmene som garanterer optimale løsninger avslutter med å bruke branch and bound for å få heltallsløsning. I Tabell 5-2 oppsummeres hvem som har presentert en løsningsmetode som garanterer optimalitet og hvem som presenterer en heuristikk. Ramani et al. bruker ingen typisk løsningsalgoritme for å finne fram til en løsning, men derimot en regel for optimal tilordning innenfor en stasjon. Ettersom denne regelen ikke ser hele problemet under ett, men kun vurderer et utsnitt for en stasjon om gangen, er man ikke garantert at totalløsningen er optimal.

5.4 Oppsummering av modeller og løsningsmetoder

Tabell 5-2 oppsummerer gjennomgangen av modelleringsmåter og løsningsmetoder som er gitt i kapittel 5.3. Kolonnene for mål er en konsekvens av variasjonsmulighetene som kostnadsfunksjonen gir. I siste kolonne, ”Optimal løsning”, angis det hvorvidt de foreslåtte løsningsalgoritmene garanterer optimal løsning i motsetning til å være en heuristikk.

Tabell 5-2: Sammenligning av modeller og løsningsmetoder

	Problemformulering		Målfunksjon		Optimal løsning
	Tilordning	Flervareflyt	Min flåte	Min kostn.	
Bertossi et al.	X		X	X	
Wright		X	X	X	
Forbes et al.		X	X	X	X
Carpaneto et al.	X		X	X	X
Ribeiro et al.		X	X	X	X
Löbel		X	X	X	X
Schrijver		X	X	X	X
Nõu et al.		X	X	X	
Ramani et al.			X		

5.5 Vurdering av testresultater

Ved testing refereres gjerne løsningstiden for ulike problemstørrelser. I dette kapittelet kommenteres faktorer som påvirker disse to størrelsene.

5.5.1 *Modellstørrelse*

Gitt en måte å modellere på er antall turer og antall depoter eller individer avgjørende for størrelsen på modellen. Dette kommer av at antall kanter i grafen, og dermed antall variable i modellen, avhenger av disse faktorene.

De ulike modellene som er presentert har ulike størrelser også for ett og samme datasett. Dette kommer blant annet av at det brukes ulike regler for hvordan kanter genereres. Nõu et al. sin modell vil gi den største modellen. Dette kommer av at hvert individ modelleres for seg i stedet for å gruppere dem i depoter eller materielltyper. I en flervareflyt-modell som Nõu et al. bruker har dette den effekten at antall kanter for en ett-individs modell tilnærmet kan multipliseres med antall individer. Når dette gjelder kun tilnærmet kommer det av at ikke nødvendigvis alle individer tillates å dekke alle turer og dermed heller ikke har kanter for alle turer. Videre bidrar modelleringen av distansedrevet vedlikehold til at hvert individ har en variabel for akkumulert distanse i hver node.

Foruten samling av individene i depoter reduseres antall kanter i en flervareflyt-modell av MDVSP sammenlignet med Nõu et al. sin modell ved at turene ikke modelleres eksplisitt [kapittel 4.1.3]. Ved å modellere problemet som et tilordningsproblem reduseres antallet ytterligere ettersom koblingene mellom ulike turnoder representeres med én kant framfor en kant for hvert depot som tillates å dekke kanten med sine individer.

Også Schrijver grupperer individene, men turene representeres med kanter eksplisitt. At kantene kan ha en flyt større enn én utnyttes til å samle ventekantene innenfor en stasjon. Dette gjøres ved at kun kanten fra et tidspunkt til nærmest påfølgende tidspunkt for en stasjon modelleres, og ikke alle påfølgende tidspunkter for stasjonen.

5.5.2 Løsningstid

Løsningstiden for et problem avhenger først og fremst av modellstørrelsen og kompleksiteten til løsningsalgoritmen. Som nevnt i kapittel 4.1.5 er MDVSP NP-hardt for mer enn ett depot, noe som innebærer at løsningstiden øker eksponentielt med problemstørrelsen [kapittel 3.7]. Schrijver og Nõu et al. bygger på samme grafstruktur som MDVSP i utgangspunktet. Dermed har de samme problemstilling med oppdeling av settet av turer i adskilte sett for hver materielltype eller hvert individ, slik at disse problemene også mest sannsynlig er NP-harde når antall materielltyper eller individer overstiger 1.

Ytelsen til datamaskinene har også naturligvis innvirkning på løsningstiden. Generelt har ytelsen til datamaskinene utviklet seg i tråd med Moores lov de siste 30 årene, noe som innebærer en dobling av ytelsen hver 18 måned [Moore, 1997, Tufte, 2001]. Likevel er denne effekten relativt liten sammenlignet med effekten av høy kompleksitet. Dette illustreres i Tabell 5-3 hvor det vises hvordan størrelsen på et problem løsbart på 1 time utvikler seg når datamaskinytelsen øker 1000 ganger.

Tabell 5-3: Effekten av økt datamaskinytelse [Garey et al., 1979]

Kompleksitets-funksjon	Problemstørrelse	Problemstørrelse med 1000 ganger økning i ytelse
Polynomisk: n^2	N_1	$31.6*N_1$
Eksponentiell: 2^n	N_2	$N_2+9.97$

Forbes et al. (1991) gir en sammenligning av resultater ved løsning av MDVSP for busstrafikk og togtrafikk. Han refererer til betydelig lengre løsningstider for togproblemene, noe som forklares på to måter. For det første er det flere mulige koblinger mellom togturene. For det andre bruker ikke Forbes et al. depoter for togtrafikken. Dette innebærer at det ikke er mulig å plassere depoter strategisk for å kunne bruke disse som utgangspunkt for korte turer. Av de presenterte metodene baserer Carpaneto et al., Ribeiro et al. og Löbel seg på testdata fra busstrafikk eller data som simulerer busstrafikk.

5.6 Oppsummering av løsningsresultater

Tabell 5-4 gir en oversikt over testresultater ved bruk av de ulike modellerings- og løsningsmetodene. NSB daglig og ukentlig er tatt med som et referansegrunnlag og angir størrelsen på nærtrafikken rundt Oslo innenfor den angitte tidshorisonten. Antall materielltyper er satt til 3, nemlig togstammer og 2- og 3-vogns motorvognsett. Antall depoter vil for enkelte av modellene tilsvare antall materielltyper og for Nõu et al. antall individer. For hver løsningsmetode er det angitt størrelsen på det største problemet som er referert løst sammen med gjennomsnittlig løsningstid for dette problemet. Siden Ramani et al. verken presenterer modell eller løsningsresultater er dette bidraget ikke tatt med i tabellen.

Vær oppmerksom på at disse resultatene ikke er direkte sammenlignbare da datasettene og datamaskinene som ble brukt var ulike og de har brukt ulike målfunksjoner. Her er datasettene til Wrigth og Forbes et al. og til Carpaneto et al. og Ribeiro et al. unntak siden disse parvis er like eller generert på samme grunnlag.

På tross av forskjellene gir tabellen en indikasjon på hvor store problemer som er løst. Som det framgår av tabellen er det kun Löbel som har løst et problem som er større enn NSB's problem. Merk at Nõu et al. tar for seg en ukes planleggingshorisont og derfor bør sammenlignes med NSB's ukentlige turantall. Til gjengjeld er Löbels største problem betydelig større enn hva NSB har. Av forsøk som Löbel har gjennomført i NSB sin målestokk kan nevnes 2 depoter, 2283 turer med løsningstid på 86 sekunder og 2 depoter, 341 turer og løsningstid på 8 sekunder.

Tabell 5-4: Oversikt over testresultater

	Antall depoter	Antall turer	Løsningstid
NSB daglig	3	450	
NSB ukentlig	3	2850	
Bertossi et al.	3	50	
Wright	5	200	7,5-15 min
Forbes et al.	3	200	6 timer
Carpaneto et al.	3	60	32 min
Ribeiro et al.	3	100	33 sek
Löbel	49	24906	8,5 timer
Schrijver	2	99	2 sek
Nõu et al.	150	2422	Ingen gyldig løsning

6 Anbefalinger for NSB Drift og Teknikk

Dette prosjektet tar utgangspunkt i NSB Drift og Teknikk sitt behov for konsekvensanalyse av beslutninger som virker inn på materiellplanleggingen. Videre er det ønskelig med optimeringsverktøy som kan lette og effektivisere selve planleggingsarbeidet. Vi vil i dette kapittelet forsøke å antyde hvordan disse ønskene kan oppfylles ved bruk av de presenterte modellene og løsningsmetodene.

6.1 Varierte behov

Modellene og løsningsmetodene kan brukes til både konsekvensanalyse og direkte planleggingsstøtte. Behovet for mange repetisjoner er imidlertid større ved konsekvensanalyse, slik at bruksmønsteret er noe annerledes. Likevel er dette prosesser som er nært knyttet til hverandre, da konsekvensanalyser kan brukes som beslutningsstøtte i forbindelse med helt konkret planleggingsarbeide.

6.1.1 Mål bestemmer krav til modell og løsningsmetode

Konsekvensanalyser kan brukes i ulike sammenhenger og med ulike mål. Som nevnt kan analysene knyttes direkte opp mot arbeidet med å fastsette en konkret plan, eksempelvis ved å vurdere hvordan små endringer i ruteplan virker inn på materiellturneringen. På den andre siden kan konsekvensanalyser ha som mål å bidra med mer overordnet kunnskap om strukturer som man har nytte av på lengre sikt. Et slikt eksempel kan være kartlegging av hvordan rene pendler og sykliske turneringer virker inn på materiellbehovet.

I tråd med variasjonen i målsetninger vil også kravet til optimeringsverktøyet variere. For enkelte analyser er kun materiellbehovet viktig, mens det i andre sammenhenger er mer interessant å finne kostnadene for et sett av inndata eller hvordan turneringen blir seende ut. Det kan også være ulike ønsker til presisjonen for løsningen både med tanke på om alle rammebetingelser oppfylles og hvor nær en optimal løsning man kommer. Hva som er en akseptabel løsningstid kan også variere med ulik bruk av et optimeringsverktøy.

6.2 Valg av modell og løsningsmetode

I tråd med vurderingene i kapittel 5 har de presenterte modellene og løsningsmetodene ulike egenskaper som kan være interessante for NSB sitt bruk. Vi ser i denne sammenhengen bort fra Ramani et al. sitt bidrag da dette ikke presenterer en modell, men et helhetlig system.

6.2.1 Behov for testing

For å kunne gjøre endelige valg av hvilke modeller og metoder som skal tas i bruk for nærtrafikken rundt Oslo bør disse testes på relevante datasett. Dette for å avdekke strukturer i datasettene for nærtrafikken som kan påvirke problemstørrelser og løsningstider og dermed virke inn på hva som bør velges. Videre bør valgene avhenge av hvilke bruksmønstre man ønsker seg. Eksempelvis førte testingen av Nõu et al. sin modell og løsningsmetode til at man i Sverige valgt å håndtere vedlikeholdskravet manuelt i etterkant.

6.2.2 Avveininger mellom ulike rammebetingelser ved modellvalg

Nõu et al. sin modell er som det vises i Tabell 5-1 den som i størst grad er i stand til å dekke alle rammebetingelsene for NSB's nærtrafikk rundt Oslo. Særlig skiller modellen seg ut ved at den er den eneste som kan ta hensyn til vedlikeholdskrav. En betydelig ulempe er at Nõu et al. ikke fikk ut noen gyldig løsning for sin modell.

MDVSP modellene og Schrijver sin modell er noe svakere når det gjelder å oppfylle rammebetingelser sammenlignet med Nõu et al. Et valg mellom disse to modelleringsformene inkluderer et valg mellom muligheten for skjøting/deling med Schrijvers modell og det å få ut en turnering fra en MDVSP modell. På den andre siden har begge disse måtene å modellere på vist seg mulig å løse til optimum. MDVSP har dessuten vært testet med en rekke ulike løsningsstrategier som vist i kapittel 4.1.6.

6.2.3 Valg av løsningsmetode

Valg av modell og løsningsmetode vil i stor grad kreve en avveining mellom presisjonsnivå og løsningstid, og tidvis også muligheten til å få en løsning. Med presisjonsnivå menes hvilke rammebetingelser som oppfylles og hvor nær optimal løsning man kommer.

Relakseringer

Nõu et al. sitt bidrag indikerer hvordan løsningsproblematikk blir mer sentralt når modellstørrelse og kompleksitet øker som konsekvens av mange og strenge restriksjonr. En vanlig strategi for å forenkle løsningsarbeidet er å relaksere bort noen av restriksjonene. Nõu et al. foreslår to mulige relakseringer, dekomponering i tidsvinduer og relaksering av vedlikeholdskrevet.

Ved å dekomponere det helhetlige problemet med ukeshorisont til delvis overlappende tidsvinduer med ett-døgnshorisont, relakserer Nõu et al. bort kravet om sykliske turneringer for alle delproblemene utenom det siste. Ved testing av denne strategien opplevde man problemer med å oppnå sykel for det helhetlige problemet da den initielle geografiske plasseringen før siste tidsvindu ikke var mulig å binde sammen til sykler med den initielle plasseringen for første tidsvindu. Dette vil trolig i mindre grad være et problem for nærtrafikken rundt Oslo da distansene i dette nettverket er svært små sammenlignet med nettverket for godstrafikk i Sverige som var utgangspunkt for Nõu et al.

Nõu et al. foreslår dessuten et vedlikeholdskravet kan relakseres bort og at man modellerer materielltyper framfor enkeltstående individer. Denne strategien viste seg nyttig for bruk på godstrafikken i Sverige da man ved testing fant at de fleste turneringene gikk via en vedlikeholdsbase på tross av relakseringen og at løsningen relativt enkelt kunne modifiseres til å ta hensyn til vedlikeholdskravet i etterkant. Dette resultatet er ikke uten videre overførbart til nærtrafikken rundt Oslo. Eksempelvis vil trolig vedlikeholdsbasens plassering i periferien av nettverket mest sannsynlig føre til at et fåtall av turneringene naturlig passerer denne. På den andre siden vil de relativt korte avstandene i nærtrafikken sammenlignet med godstrafikken i Sverige kunne innebære at tomtogkjøringsbehovet for å nå vedlikeholdsbasen blir mindre.

For å løse en MDVSP modell løses ofte en lineærrelaksering først. Her er det kravet om flere materielltyper som fjernes enten ved å anta én materielltype eller å dele opp i et adskilt subproblem for hver type. I tråd med diskusjonen av problemets økning i kompleksitet når man har flere materielltyper [kapittel 4.1.5], er løsningstiden på disse relakseringene betydelig lavere enn for totalproblemet. Dessuten refereres det ofte til små gap mellom den optimale heltallsløsningen og relakseringene som er funnet i tidligere faser av løsningsalgoritmene. Dersom en god nedre grense for den optimale løsningen er tilstrekkelig kan det med bakgrunn i dette være aktuelt å redusere løsningstiden ved kun å løse en relaksering. I en slik sammenheng bør en merke seg at løsningen på lineærrelakseringer ikke sikrer en kjørbar turnering så lenge man ikke er garantert heltallsløsning, og at den optimale turneringen kan ligge langt fra turneringen gitt av lineærrelakseringen selv om målfunksjonsverdiene er relativt like.

Heuristikker

Bruk av heuristikker er en alternativ måte å reduserer løsningstiden. Heuristikken gir løsninger som oppfyller alle de modellerte restriksjonene, inkludert heltallskravet, men man er ikke garantert en optimal løsning. En indikasjon på effekten av en heuristikk finner man ved å sammenligne resultatene oppnådd av Wrights heuristikk og Forbes et al. sine eksakte løsninger på samme datasett, vist i Tabell 5-4. Forskjellen i antall depoter kommer av Forbes et al. preprosesserte datasettet før løsning. De heuristikkene som er presentert her innebærer alle en initiell løsning av en lineærrelaksering av totalproblemet som gir en nedre grense og dermed mulighet til å si noe om hvor langt fra optimal løsning man er.

Alternative løsningsmetoder

For MDVSP modeller er det nedlagt mye arbeide i å utvikle et rikt utvalg av løsningsmetoder. En tilsvarende bredde har vi ikke kunnet finne for Schrijver eller Nõu et al. sine modeller. Særlig for Nõu et al. sin modell, hvor løsning viser seg å være et problem, synes et videre arbeide med løsningsstrategi interessant. Vi ser likheter mellom de ulike modellene, og også løsningsstrategiene som er foreslått, slik at arbeidet gjort for løsning av MDVSP også trolig vil være nyttig for de andre modellene. Blant løsningsmetodene brukt på MDVSP peker Löbel sin algoritme seg ut med god løsningstid på store problemer og kan derfor være et aktuelt utgangspunkt ved forbedring av løsningsprosedyrer. Det kan dessuten nevnes at Löbel, i likhet med Nõu et al., har forsøkt Danzig-Wolfe dekomponernig. Dette gav betydelig dårligere resultater enn hva som ble oppnådd med kolonnegenereringsstrategien som er beskrevet. Dette indikerer også at ytterligere arbeide med løsningsmetode for Nõu et al. sin modell kan være interessant.

Enkelte av målene for nærtrafikken rundt Oslo er vanskelig å oppfylle ved modellene presentert her. Et konkret eksempel er bruken av rene pendler som delvis gjennomføres. De modellene som er presentert her kan ha rene pendler som et absolutt krav ved å modellere hver pendel for seg eller håndtere all trafikken som en stor modell. En mellomting med delvis rene pendler er derimot mer problematisk å representere. For å takle avveiningen mellom robusthet, materiellbehov og tomtogkjøring som ligger i en slik bruk kan det være aktuelt å bruke en heuristikk. Denne kan eksempelvis ta utgangspunkt i løsninger hvor pendlene er modellert adskilt og redusere tomtogkjøringsmengden og materiellbehovet på bekostning av robustheten. Noen slike heuristikker er vi ikke kjent med, og disse må trolig utvikles spesielt for tilfellet.

6.3 Helhetlig beslutningsstøttesystem

For at konsekvensanalyse med beslutningsstøtte skal bli tatt i bruk kreves det at optimeringsverktøyet integreres i et helhetlig system. Et eksempel på et slikt system er beskrevet av Ramani et al. Foruten en optimeringsmodul med modell og løsningsmetode må være brukervennlig og kompatibelt med andre systemer som brukes i Drift og Teknikk. Dette dreier seg eksempelvis om god visualisering, intuitiv funksjonalitet og effektive måter å overføre data mellom de ulike systemene.

6.3.1 Fleksibilitet

Med bakgrunn i den store variasjonen i mål og behov ved konsekvensanalyser stilles det store krav til fleksibilitet for et beslutningsstøttesystem. Brukeren må enkelt kunne definere hvilke rammebetingelser som skal oppfylles, hva det skal optimeres med hensyn på og hvilke parametere som skal gjelde. Samtidig må systemet være i stand til å tilpasse modellkompleksitet og løsningsmetode til brukerens valg, slik at løsningstiden ikke blir unødig lang. Dette kan innebære at flere modeller og løsningsmetoder bør implementeres.

6.3.2 Skreddersydd system

For at et systemet skal passe best mulig til Drift og Teknikk sine krav, må det til en viss grad skreddersys. Dette kan innebære at valg av modeller og løsningsmetoder gjøres ut i fra strukturen på NSB sin trafikk og deres behov. En skreddersydd løsning kan dessuten bli nødvendig for å oppnå kompatibilitet med de andre datasystemene som inngår i planleggingsarbeidet og delvis håndterer samme data.

7 Konklusjon

For å muliggjøre bruk av konsekvensanalyse i forbindelse med materiellplanleggingen, vil et beslutningsstøttesystem være til nytte for NSB Drift og Teknikk. Systemet bør være fleksibelt slik at både arbeid med konkrete planer og et vidt spekter av konsekvensanalyser med ulike mål kan støttes. Samtidig bør systemet være helhetlig og brukervennlig, samt kompatibelt med annen programvare som brukes i planleggingsprosessen.

Det er utviklet flere operasjonsanalytiske modeller og løsningsmetoder som kan brukes som grunnlag for et slikt beslutningsstøttesystem. Blant disse kan nevnes Nõu et al. sin modell som i stor grad tar høyde for de rammebetingelsene som gjelder ved fastlegging av materiellturneringer for nærtrafikken rundt Oslo. Ulemper med denne er hovedsakelig knyttet til modellens størrelse og muligheten til å få ut en gyldig løsning. Modellen presentert av Schrijver kan ikke garantere at like mange rammebetingelser oppfylles og genererer ikke turneringer, men håndterer skjøting og deling og kan vise til gode løsningsresultater. Modeller i klassen MDVSP (Multiple Depot Vehicle Scheduling Problem) gir ikke mulighet for skjøting og deling, men genererer turneringer og har blitt løst med en rekke forskjellige løsningsmetoder.

Med bakgrunn i ulike styrker og svakheter for modellene, vil forskjellige modeller egne seg best for ulike former for konsekvensanalyse. Det er derfor sannsynlig at det fremtidige beslutningsstøttesystemet bør inkludere flere modeller.

For å velge ut hvilke modeller og løsningsmetoder som bør inngå i et beslutningsstøttesystem for nærtrafikken rundt Oslo, må det foretas testing av disse med relevante datasett. Dette er nødvendig for å avdekke hvordan strukturer i nærtrafikken virker inn på modellenes og metodenes egenskaper og hvordan disse kan utnyttes best mulig for Drift og Teknikk. Av modellene som inngår i denne rapporten, bør både MDVSP og arbeidene til Schrijver og Nõu et al. inngå i testingsarbeidet.

8 Referanseliste

Bertossi, A. A., Carraresi, P., Gallo, G., On Some Matching Problems Arising in Vehicle Scheduling Models. *Networks*, Vol. 17, s. 271 – 281, 1987.

Booler, J. M. P., The Solution of a Railway Locomotive Scheduling Problem. *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 31, s 943 - 948, 1980.

Borgerud, G., *Generelt om transport på bane og togtrafikk i Oslo-området* (Notat fra Planavdelingen, Jernbaneverket Region øst, 1998).

Carpaneto, G., Dell'Amico, M., Fischetti, M., Toth, P., A Branch and Bound Algorithm for the Multiple Depot Vehicle Scheduling Problem. *Networks*, Vol. 19, s. 531 – 548, 1989.

Forbes, M. A., Holt, J. N., Watts, A. M., Exact Solution of Locomotive Scheduling Problems. *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 42, Nr. 10, s. 825 – 831, 1991.

Forbes, M. A., Holt, J. N., Watts, A. M., An exact algorithm for multiple depot bus scheduling. *European Journal of Operational Research*, Vol. 72, s. 115 – 124, 1994.

Garey, M. R., Johnson, D.S., *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. New York: W. H. Freeman and Company, 1979

http://www.jernbanetilsynet.no, aksessert 07.10.2001.

http://www.nsb.no, aksessert 07.10.2001.

Humphreys, I., Watson, R., Resource Planning Processes - linear, iterative or holistic? The case of train planning. *Managing Enterprises,* s. 87 – 91, publisert av School of Management, The University of Newcastle, Australia, 1999

Jernbaneverket, Hovedkontoret, informasjonsavdelingen, *Slik fungerer jernbanen*,1999.

Löbel, A., Solving the LP Relaxation of Large-Scale Multiple-Depot Vehicle Scheduling Problems Exactly, Technical Report SC 96-26, Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB), 1996.

Löbel, A., Optimal Vehicle Scheduling in Public Transit. (Doktoravhandling, Technischen Universität Berlin, 1998).

Moore, G., Intel Developer Forum Keynote September 30, 1997, 8 a.m. San Francisco, http://www.intel.com/pressroom/archive/speeches/GEM93097.HTM, aksessert 07.12.2001.

Nõu, A., Desrosiers, J., Soumis, F., Weekly Locomotive Scheduling at Swedish State Railways, Technical Report G-97-35, GERAD, École des Hautes Études Commerciales de Montréal, 1997.

Ramani, K. V., An Information System for Allocating Coach Stock on Indian Railways. *Interfaces*, Vol. 11, Nr. 3, 1981.

Ramani, K. V., Mandal, B. K., Operational Planning of Passenger Trains in Indian Railways. *Interfaces*, Vol. 22, Nr. 5, s. 39 – 51, 1992.

Rardin, R. L., *Optimization in Operations Research*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, Inc., 1998.

Ribeiro C. C., Soumis, F., A Colomn Generation Approach to the Multiple-Depot Vehicle Scheduling Problem. *Operations Research*, Vol. 42, Nr. 1, s. 41-52, 1994.

Rutetabell, *Lokaltog i Oslo-området*, 17.06.2001-05.01.2002.

Schrijver, A., Minimum Circulation of Railway Stock. *CWI Quarterly*, Vol. 6, Nr. 6, 1993.

Stølan, A., Sæbø, H. J., Sætermo, I.-A. F., Tomasgard, A., Planleggingspraksis i NSB, Sintef Teknologiledelse, Rapport STF38 F00610, 2000.

Sætermo, I.-A. F., Tomasgard, A., NSB Drift og teknikk – forslag til endringer i planprosessen, Sintef Teknologiledelse, Rapport STF38 F01616, 2000.

Tufte, G., Institutt for datateknikk og informasjonvitenskap, NTNU, personlig kommunikasjon, 10.12.2001.

Williams, H. P., *Model Building in Mathematical Programming*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd., 1999.

Wright, M. B., Applying Stochastic Algorithms to a Locomotive Scheduling Problem. *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 40, Nr. 2, s. 187 – 192, 1989.

9 Bibliografi

Booler, J. M. P., A Note on the Use of Lagrangean Relaxation in Railway Scheduling. *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 46, s. 123 – 127, 1995.

Bussieck, M. R., Winter, T., Zimmermann, U. T., Discrete optimization in public rail transport. *Mathematical Programming*, Vol. 79, s. 415 – 444, 1997.

Cordeau, J.-F., Toth, P., Vigo, D., A Survey of Optimization Models for Train Routing and Scheduling, Technical Report G-98-34, GERAD, École des Hautes Études Commerciales de Montréal, 1998.

Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest R. L., *Introduction to Algorithms*. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1997.

Halaas, A. , Pettersen, T., *Illustrasjoner for faget SIF8010 Algoritmer og Datastrukturer.*, NTNU, 1991.

Nordlid, H. D., Rudlang, K., Timetabeller for togtrafikken på Østfoldbanen – En matematisk modell. (Prosjektoppgave ved Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse, NTNU, 2000).

Nordlid, H. D., Bruk av optimering og simulering i kostnadsanalyse og risikostyring for NSB. (Hovedoppgave ved Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse, NTNU, 2000).

NSB BA, *System for Turnusplanlegging og Operativ styring av Rullende Materiell i Persontrafikk (STORM-P)* (Kravspesifikasjon – IT-løsning, mai 1999).

NSB BA, *Modell for totalkostnaden for produksjonen i NSB ved ulike alternativer*, presentasjonsnotater, april 2001.

NSB BA, *Optimalisering av NSBs verkstedstruktur* (Rapport – fase 0, Cap Gemini Ernst & Young AS, september 2001).

Pedersen, P., Bruk av optimeringsbaserte beslutningsstøtteverktøy til personalplanlegging innen jernbanesektoren. (Hovedoppgave ved Institutt for industriell økonomi og teknologiledelse, NTNU, 2001).

Smith, B. M., Wren, A., VAMPIRES and TASC: Two Successfully Applied Bus Scheduling Programs. I: Wren, A., red. *Computer Scheduling of Public Transport*, Amsterdam, New York, Oxford: North-Holland Publishing Company, 1981.

Sætermo, I.-A. F., Tomasgard, A., Planleggingspraksis innenfor jernbane og relaterte bransjer, Sintef Teknologiledelse, Rapport STF38 F01615, 2001.

Watson, R., Prospects for computer aided railway scheduling: Perspectives from users and parallels from mass transit, Centre for transport studies, Dept. of civil and building engineering, Loughsborough University, Loughsborough, United Kingdom, 1999.

Wren, A., Scheduling, Timetabling and Rostering – A Special Relationship? I: Bruke, E., Ross, P., red. *Practice and Theory of Automated Timetabling: First International Conference. Lecture Notes in Computer Science*, Berlin, London: Springer, 1153, s. 46 – 71, 1996.